

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Hermann MAYER

1^{re} THÈSE: *Étude des propriétés piézoélectriques et de l'amortissement chez quelques cristaux.*

2^e THÈSE: *Proposition donnée par la Faculté.*

SOUTENUES LE 30. JUIN DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

MM.

BARRIOL
GOUDET
GUILLIEN

PRÉSIDENT

} EXAMINATEURS

1955

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Hermann MAYER

1^{re} THÈSE: *Étude des propriétés piézoélectriques et de
l'amortissement chez quelques cristaux.*

2^e THÈSE: *Proposition donnée par la Faculté.*

SOUTENUES LE 30. JUIN DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

MM.

BARRIOL
GOUDET
GUILLIEN

PRÉSIDENT

} EXAMINATEURS

1955



UNIVERSITE DE NANCY

FACULTE DES SCIENCES DE NANCY

Doyens honoraires: M.M. Husson, Cornubert.

Professeurs honoraires: M.M. E. Darmois, Gutton, Croze, G. Darmois, Raybaud, Fallot, Laffitte, Leray, Husson, Mauduit, Donzelot, Joly, Laporte, Eichhorn, Capelle.

Professeurs:

MM. De Mallemann	Physique
Cornubert	Chimie organique
Urion	Chimie biologique
Longchambon	Minéralogie
Chevalier	Physique
Remy	Zoologie
Delsarte	Analyse supérieure
Roubault	Géologie
Letort	Chimie minérale
Dieudonné	Mécanique rationnelle
Dode	Chimie physique
Guérin	Chimie industrielle
Gauthier	Mathématiques appliquées
Echevin	Botanique
Veillet	Biologie animale
Wahl	Chimie organique industrielle
Barriol	Chimie théorique
Goudet	Electrotechnique
Olmer	Physique appliquée
Godement	Calcul différentiel et intégral
Bizette	Physique
Guillien	Physique

Maîtres de conférences et chargés d'enseignement:

MM. Legras	Mathématique générale
Comolet	Mécanique physique
Chapelle	Physique
Frühling	Radiotechnique
Faivre	Physique de l'état métallique
Gibert	Physico-chimie industrielle
Aubrey	Chimie
Besson	Chimie minérale
David	Chimie biologique
Dubois	Chimie
Werner	Botanique
Bolfa	Minéralogie
Delattre	Géochimie
Gayet	Physiologie
Avias	Géologie de la Lorraine
Maugenot	Phytopathologie
Niclause	Génie chimique

A M A M E R E

A MONSIEUR ROBERT G U I L L I E N

Témoignage de profonde reconnaissance

Je tiens tout d'abord à remercier le C.N.R.S., car sans son aide matérielle je n'aurais pu effectuer ces recherches.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur R. Guillien, pour ses précieux conseils, pour l'intérêt qu'il a toujours manifesté envers mon travail, n'épargnant jamais son temps, pour ses encouragements ainsi que pour m'avoir procuré tous les appareils nécessaires.

Je remercie enfin Monsieur G. Goudet pour sa critique bienveillante et Monsieur J. Chapelle d'avoir mis à ma disposition des cristaux piézo - électriques.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I.

INTRODUCTION

	page
Sommaire.....	1
1. Rappel des principales lois de la piézoélectricité.....	2
2. Principales applications de la piézoélectricité.....	5
3. But de ce travail.....	7

CHAPITRE II.

THEORIE GENERALE DES PHENOMENES

1. Le facteur de qualité Q.....	7
2. Analyse du schéma équivalent d'un cristal piézoélectrique...	9
3. Analyse du phénomène d'amortissement.....	15

CHAPITRE III.

EMPLOI DE LA MODULATION LINEAIRE DE FREQUENCE

POUR DECELER LA PIEZOELECTRICITE

1. Recherches préliminaires.....	17
2. Méthode de la modulation linéaire de fréquence.....	18
3. Modulation de fréquence par lampe de glissement.....	19
4. Générateur de tensions en dents de scie.....	24
5. Détails sur le montage électronique.....	30
6. Amélioration du montage précédent.- Dispositif compensateur à induction.....	35
7. Amélioration du dispositif compensateur.....	40
8. Emploi de battements basse fréquence.....	42
9. Théorie de l'oscillation d'un cristal piézoélectrique excité par un générateur dont la fréquence varie linéairement avec le temps.....	43
10. Résultats.....	48

C H A P I T R E IV.

METHODE DE LA VARIATION BRUSQUE DE FREQUENCE

	page
1. Méthodes antérieures de mesure de Q	50
2. Principe de la méthode de la variation brusque de fréquence..	53
3. Appareillage employé.....	55
a) Oscillateur	55
b) La modulation de fréquence.....	55
c) Dispositif compensateur.....	56
d) Détection et observation en BF.....	56
e) Exemples de phénomènes observés.....	56
4. Théorie des phénomènes observés.....	61
a) Premier cas.....	64
b) Deuxième cas.....	67
c) Troisième cas	70
5. Corrections à appliquer.....	75

C H A P I T R E V.

DETERMINATION DE Q A PARTIR D'UNE COURBE EXPONENTIELLE

1a) Evaluation de Q à l'aide de la tangente à l'origine.....	78
1b) Evaluation de Q par la pente en ordonnées logarithmiques...	79
2. Détermination de Q à partir d'un rapport d'amplitudes.....	80
3. Calcul du Q à l'aide de la surface.....	81
4. Méthode physique pour déterminer le Q.....	82
5. Valeur de la constante de temps des battements de basse fréquence.....	88

C H A P I T R E VI.

DISPOSITIFS ET MODES D'EXECUTION RELATIFS AUX MESURES

DE Q EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

1. Comparaison des deux méthodes utilisées pour les mesures sur le quartz.....	91
---	----

2. Description et utilisation de l'appareillage dans la méthode de la crevasse.....	92
a) Le générateur.....	92
b) Exécution d'une mesure	93
3. Dispositif pour faire varier la température du quartz.....	96
4. Mesure de la température	97
5. Marche d'une expérience	99

C H A P I T R E VII.

RESULTATS CONCERNANT LE FACTEUR DE QUALITE ET DISCUSSION

1. Introduction	101
2. Etude du Q du quartz	102
a) Etude du Q du quartz à la température ordinaire.....	102
b) Variation thermique du Q du quartz.....	103
3. Causes de l'amortissement des vibrations d'un cristal piézo-électrique.....	104
4. Amortissement des vibrations des différents harmoniques d'un quartz	109
5. Etude du Q du sel de Seignette	110
a) A la température ordinaire	110
b) Variation du Q en fonction de la température.....	112
6. Etude du Q du phosphate monoammonique	114
a) A la température ordinaire.....	114
b) Variation du Q en fonction de la température.....	117
7. Etude du Q d'autres cristaux piézoélectriques sous forme de grains	118
8. Discussion et conclusions.....	121
Références bibliographiques.....	125

ETUDE DES PROPRIETES PIEZO-ELECTRIQUES ET DE L'AMORTISSEMENT

CHEZ QUELQUES CRISTAUX.

Par Hermann M A Y E R .

S O M M A I R E -

On décrit une nouvelle méthode pour étudier les propriétés des cristaux piézoélectriques et déterminer leur facteur de qualité "Q". Le principe en est l'excitation d'un cristal piézoélectrique par un générateur modulé en fréquence et l'utilisation de l'image obtenue sur l'écran de l'oscillographe cathodique.

La nouveauté de cette méthode consiste en l'application de la modulation de fréquence. On a utilisé d'abord une tension dont la fréquence est modulée par un générateur en dents de scie puis une tension de fréquence modulée par l'échelon unité. On obtient ainsi sur l'écran de l'oscillographe cathodique des images stables d'oscillations amorties qu'on peut photographier et évaluer. On décrit les appareils construits dans ce but et on étudie les conditions d'opération les meilleures. On développe ensuite à l'aide de l'échelon unité et du calcul opérationnel la théorie de ces phénomènes assez compliqués et on en déduit comment évaluer "Q".

On a montré théoriquement et expérimentalement que la décroissance de battements observés en BF donne la même valeur de Q que l'observation directe de l'amortissement des oscillations HF des cristaux piézoélectriques. Il en résulte un gain énorme dans la sensibilité de la méthode qui devient capable de déceler la piézoélectricité sur de très petits échantillons, et de donner, dès que la piézoélectricité est décelée, la valeur du facteur de qualité de ces échantillons.

Cette méthode est applicable aussi bien à un cristal piézoélectrique convenablement taillé qu'à un cristal piézoélectrique en forme de grain. Ceci est important parce qu'ainsi on n'est pas obligé d'élever de grands cristaux et de les tailler. Nous avons déterminé le Q de petits grains de phosphate monoammonique, de sel de Seignette, acide tartrique etc.

On a étudié ensuite la variation du facteur de qualité "Q" d'un quartz en fonction de la température, entre - 200° C et + 100° C environ; ceci par notre méthode aussi bien que par une méthode classique (méthode de la crevasse). L'étude de la variation du Q avec la température à basse température n'avait jamais été faite à notre connaissance.

On a étudié le facteur de qualité du phosphate monoammonique entre + 80° C et - 120° C, température à laquelle le cristal subit une transformation qui le fait éclater.

Le facteur de qualité du sel de Seignette a été étudié entre + 55° C, température où le cristal se ramollit avant de fondre, et la température de l'oxygène liquide donc très en-dessous des deux points de Curie.

CHAPITRE I.

Introduction.

1. Rappel des principales lois de la piézoélectricité.

Avant de commencer nous voulons rappeler les principales lois de la piézoélectricité.

En 1880 les frères Pierre et Jacques Curie ont découvert que, si l'on déforme mécaniquement certains cristaux en appuyant ou en tirant sur deux faces opposées, des charges électriques font leur apparition.(1)

On appelle cet effet l'effet piézoélectrique direct.

Les frères Curie ont établi aussi les conditions de production de cet effet, montrant que la piézoélectricité d'un cristal exige l'absence d'un centre de symétrie (Loi de Curie). Des 32 classes de cristaux qui existent, 20 sont piézoélectriques.

Les frères Curie ont établi aussi les lois de la piézoélectricité.

Soit A B C D E F G O un parallélépipède découpé dans un cristal de quartz (figure I.1 a).

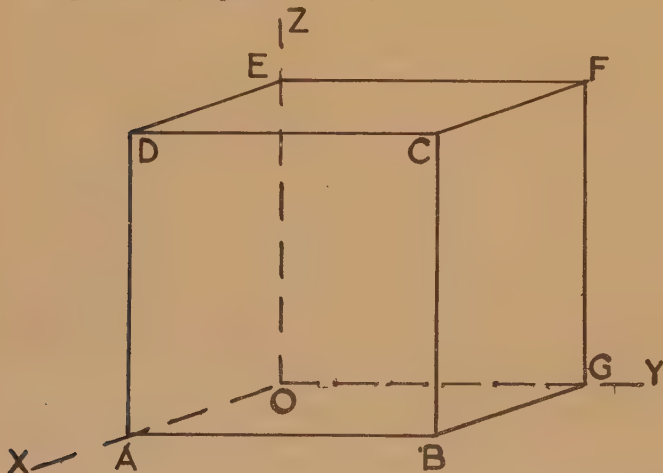


figure I.1 a

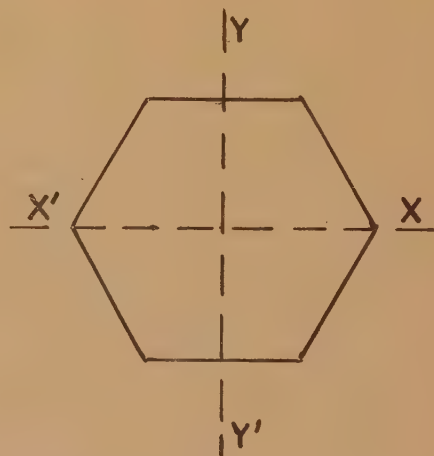


figure I.1 b

et OX, OY, OZ les axes de coordonnées, OZ étant l'axe optique parallèle aux arêtes du prisme cristallin, et OX un axe joignant deux sommets opposés de l'hexagone section du cristal par OX, OY (figure I 1 b). On peut alors énoncer de la manière suivante les lois de l'effet piézoélectrique direct:

- 1) Une pression suivant l'axe OX produit une charge positive sur la face A B C D et une charge négative sur la face E F G O (effet longitudinal).
- 2) Une tension suivant l'axe OY produit le même effet (effet transversal).

3) Une tension dans le premier cas et une pression dans le deuxième cas produisent sur les mêmes faces des charges de signe contraire.

4) La charge électrique produite est proportionnelle à la force qui la produit.

5) Une force suivant l'axe OZ ne produit aucun effet.

Comme c'est toujours la face perpendiculaire à l'axe OX qui se charge, on appelle l'axe OX axe électrique tandis que l'axe OY est l'axe mécanique et OZ l'axe principal ou optique.

Un an après la découverte de l'effet piézoélectrique direct, G. Lippmann a prédit par la Thermodynamique un effet piézoélectrique inverse: une charge électrique appliquée sur un cristal piézoélectrique peut produire des déformations mécaniques.

Les frères Curie ont vérifié expérimentalement l'existence de l'effet piézoélectrique inverse et ont montré que ces lois sont analogues aux lois de l'effet piézoélectrique direct:

1) Un champ électrique parallèle à AO produit une dilatation du cristal suivant l'axe OX (effet inverse longitudinal) et une compression suivant l'axe OY (effet inverse transversal).

2) Lorsqu'on change le sens de ce champ, la dilatation suivant OX se transforme en une compression et la compression suivant OY en une dilatation.

3) Un champ parallèle à OZ n'a aucun effet.

4) La dilatation ou la compression produite est proportionnelle à l'intensité du champ appliqué.

Comme la tension est proportionnelle à l'intensité du champ, on peut dire aussi que la déformation produite est proportionnelle à la tension appliquée.

Pour donner aux lois quantitatives une forme plus simple on considère la charge sur l'unité de surface (densité superficielle ou polarisation P), la force sur l'unité de surface (T pression et S déformation rapportée à l'unité de longueur).

Les lois de l'effet direct peuvent être exprimées de la manière suivante:

Soit q la charge électrique, F_x la composante de la force suivant l'axe OX, F_y la composante de la force suivant l'axe OY. Soit $OA = x$, $AB = y$ et $AD = z$. On peut écrire alors pour l'effet piézoélectrique direct longitudinal:

$$q/yz = d_{11} F_x/yz \quad \text{ou} \quad P = d_{11} T \quad (I.1)$$

$$\text{d'où} \quad q = d_{11} F_x \quad (I.2)$$

où d_{11} représente le facteur de proportionnalité suivant l'axe OX. Il s'appelle la constante piézoélectrique ou aussi le module piézoélectrique.

L'effet piézoélectrique direct transversal est donné par la relation:

$$q/yz = - d_{11} F_y/xz \quad \text{ou} \quad P = - d_{11} T \quad (I.3)$$

d'où
$$q = - d_{11} y/x F_y \quad (I.4)$$

Il résulte de (I.2) et de (I.4) que tandis que la charge et donc la tension produite par l'effet longitudinal direct est indépendante des dimensions du cristal, celle produite par l'effet transversal dépend de ces dimensions.

Ne tenant pas compte de signe, on peut écrire (I.1) et (I.3) sous la forme:

$$P = d_{11} T \quad (I.5)$$

En réalité, d est un tenseur du 3^{ème} ordre et T un tenseur du 2^{ème} ordre et comme P est un vecteur, on a les trois relations:

$$P_i = \sum_{jk} d_i^{jk} T_{jk} \quad \dots\dots\dots (I.6) \quad i \dots 1, 2, 3.$$

On peut démontrer que d_i^{jk} est un tenseur symétrique. Le nombre de ses composantes indépendantes est réduit ainsi de 27 à 18. Au fur et à mesure que la symétrie du cristal augmente, ce nombre est encore réduit. Pour le quartz il n'en reste que deux composantes indépendantes.

D'une manière analogue on trouve pour l'effet piézoélectrique inverse les relations:

$$\delta_{x/x} = d_{11} E_x \quad \text{ou} \quad S = d_{11} E_x \quad \dots\dots\dots (I.7)$$

d'où
$$\delta_x = d_{11} E_x \cdot x = d_{11} V \quad \dots\dots\dots (I.8)$$

et
$$\delta_y = - d_{11} E_x y = - d_{11} y/x E_x \cdot x = - d_{11} y/x V \dots\dots (I.9)$$

où δ_x est le changement de longueur dans la direction OX, et δ_y est le changement de longueur dans la direction OY. E_x est la composante de l'intensité du champ électrique suivant l'axe OX et V est la tension appliquée.

Ne tenant pas compte de signe, on peut écrire (I.8) et (I.9) sous la forme:

$$S = d_{11} E_x \quad \dots\dots\dots (I.10)$$

ou sous forme tensorielle:

$$S_{ij} = d_{ij}^k E_k \quad \dots\dots\dots (I.11) \quad k = 1, 2, 3.$$

où S_{ij} est le tenseur de déformation.

En ce qui concerne la constante d_{11} , elle a été déterminée pour la première fois par P. et J. Curie à l'aide d'un électromètre à quadrants. Ils compri-
maient un quartz de coupe X à l'aide de poids connus. Ils compensaient au moyen
d'une pile étalon la charge ainsi produite dans un condensateur de capacité

connue. La valeur qu'ils obtinrent est presque la même que celle admise aujourd'hui:

$$d_{11} = 6,9 \cdot 10^{-8} \text{ CGS} = 2,3 \text{ } \mu\mu\text{Coul/Newton} = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ V/m.}$$

Cette méthode est restée la plus précise pour la mesure de la constante piézoélectrique.

De la relation (1.8) il résulte qu'une tension de 3000 volts ($= \frac{3000}{300} = 10 \text{ u.e.a.}$) produit un déplacement de $6,9 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$. Les déformations mécaniques sont donc très faibles.

2. Principales applications de la piézoélectricité.

Depuis sa découverte jusqu'à la fin de la première guerre mondiale, la piézoélectricité n'avait presque aucune application industrielle, à part la production des ultra-sons par le procédé Langevin, mis au point vers 1917.

Les grandes industries américaines, avec leurs laboratoires de recherches, ont ensuite très étendu les applications de la piézoélectricité.

On peut résumer ces applications de la manière suivante:

- 1) Transformations des petites déformations mécaniques en électricité et inversement. On y emploie surtout le sel de Seignette parce que, à la température ordinaire, sa constante piézoélectrique est plus élevée que celle de tous les autres cristaux piézoélectriques. Pour la coupe X-45° cette constante est $180 \cdot 10^{-12} \text{ V/m}$ tandis que celle du quartz n'est que $3 \cdot 10^{-12} \text{ V/m}$ pour la coupe X.
- (2). On en construit des hauts parleurs, microphones, pick-ups, enregistreurs de vibration etc. Outre le sel de Seignette, on emploie dans ce but le titanate de baryum et le phosphate monoammonique.
- 2) Contrôle de la fréquence des postes émetteurs de radio, pour empêcher l'interférence entre eux et avec les émetteurs téléphoniques. (Résonateur de quartz).
- 3) Filtres de très haute qualité employés surtout dans les réseaux téléphoniques pour donner la possibilité de transmettre simultanément des dizaines et même des centaines de conversations par le même câble. (3).
- 4) Générateurs et détecteurs des ondes ultra-sonores. (Inventés en France par P. Langevin). (4).
- 5) Mesures des pressions très hautes comme celles des armes à feu, (inaugurées en Hollande par Philips) ainsi que des pressions très faibles comme la pression du sang.

Pour les quatre dernières applications, on emploie presque exclusivement le quartz à cause de ses excellentes qualités mécaniques et piézoélectriques. Mais l'énorme emploi des quartz pendant la deuxième guerre mondiale pour contrôler chaque fréquence tant à l'émission qu'à la réception, ainsi que pour les filtres (plus de 30 000 000 de quartz dans une seule année de guerre) a fait du quartz un cristal rare. Ceci surtout parce que dans les applications piézoélectriques, on a besoin de cristaux bien cristallisés, propres et non maclés.

Pour remédier à cet état des choses, à côté d'essais de fabrication synthétique des cristaux de quartz, on a commencé par rechercher d'autres cristaux piézoélectriques qui puissent le remplacer. On a ainsi trouvé le tartrate d'éthylène diamine (EDT) et le tartrate dipotassique (KDP) qui peuvent le remplacer dans les filtres téléphoniques, ainsi que le phosphate monoammonique (ADP) qui l'a remplacé en partie dans le domaine des ultra-sons.

Malgré le grand nombre de cristaux piézoélectriques, qui augmente constamment par la synthèse de nouveaux corps, très peu se prêtent aux applications pratiques.

Pour caractériser les cristaux piézoélectriques du point de vue de leur emploi, on peut les diviser en deux groupes:

Un premier groupe qui est employé en électroacoustique. Ce sont les cristaux énumérés au 1). Puisqu'il s'agit ici d'un transformateur électro-acoustique, un tel cristal est pleinement caractérisé par le facteur de couplage électromécanique k . Le facteur de couplage k relie la constante piézoélectrique d aux propriétés diélectriques et élastiques des cristaux piézoélectriques par la relation:

$$k = d / \sqrt{\epsilon / 4 \pi s} \dots\dots\dots (I.12)$$

où ϵ est la constante diélectrique du cristal et s sa compliance (l'inverse du module de Young).

Etant donné que l'on a défini k comme racine carrée du rapport entre l'énergie accumulée sous forme mécanique et l'énergie électrique totale ajoutée, k est un nombre pur qui peut être exprimé aussi en pour cent.

Le k du sel de Seignette est 54%, celui du titanate de baryum est 46 % et celui du monophosphate ammonique est de 29 %. (2). Par contre le quartz a un k de seulement 10 %. (5). En électroacoustique on utilisera donc les cristaux cités plus haut. Pourtant dans le domaine des ultra-sons on préfère le quartz à cause de ses excellentes qualités mécaniques.

Le deuxième groupe contient les cristaux employés en haute fréquence grâce à leurs propriétés de résonance. Ceux-ci, dont le principal représentant est le quartz, sont caractérisés par le facteur de qualité Q . C'est de ce facteur que nous nous occuperons.

Pour éviter le laborieux travail de cristallisation et de taille de grands cristaux, une méthode qui indique à partir de quelques grains, faciles à obtenir, la qualité d'un cristal piézoélectrique étant très désirable.

Par ailleurs, il n'existe dans les recherches sur la piézoélectricité que très peu de mesures concernant le facteur de qualité Q des cristaux piézoélectriques. Ces mesures se résument presque à celle du quartz à la température ordinaire. C'est qu'en effet on rencontre pour mesurer Q de grandes difficultés expérimentales, dues surtout à l'influence de la disposition des électrodes.

3) But de ce travail.

Nous nous sommes proposé d'élaborer une méthode permettant tout d'abord de déceler la piézoélectricité sur de petits échantillons cristallins, puis de mesurer le facteur de qualité Q de ces échantillons.

Il existe une méthode décelant qualitativement la piézoélectricité, proposée par Cady (6) et mise en oeuvre par Giebe et Scheibe (7), que nous discutons plus loin. Malheureusement elle ne donne pas d'indication sur le facteur de qualité. Nous avons tout d'abord amélioré considérablement cette méthode en y introduisant une modulation de fréquence parfaitement définie, puis nous avons réussi à élaborer une méthode originale de mesure de Q applicable dès que la piézoélectricité d'un petit échantillon est constatée.

C H A P I T R E II

Théorie générale des phénomènes.

1) Le facteur de qualité "Q".

Avant d'entrer dans les détails de la théorie et de la description des méthodes, nous jugeons utile d'insister un peu sur la notion du facteur "Q" dont il s'agit dans ce travail.

Le facteur de qualité, de surtension ou de sélectivité (puisque'il détermine la sélectivité des circuits oscillants en radio), "Q" est d'un usage courant dans l'électronique moderne. Ce facteur, qui donne une idée des pertes d'énergie interne dans un système oscillant (et chaque cristal peut être considéré, comme nous le verrons, comme un système oscillant) est défini au mieux de la manière suivante qui est la plus générale:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie totale accumulée dans un système}}{\text{Energie perdue pendant un cycle d'oscillation}}$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur par la fréquence f on obtient:

$$Q = Q_0 \frac{\text{Energie totale accumulée dans un système}}{\text{Puissance moyenne perdue}} = Q_0 \frac{W}{-dW/dt} \quad (\text{II.1})$$

où $Q_0 = 2\pi f$ $f = 1/T$ étant la fréquence d'oscillation et T la période.

W = énergie totale

$-dW/dt$ = énergie perdue par seconde.

C'est la définition la plus générale de Q. Elle s'applique aussi bien à un simple circuit oscillant qu'aux guides d'ondes, aux lignes de transmission et même à un diélectrique (8)

Lors d'oscillations sinusoidales amorties représentées, comme c'est le cas des circuits oscillants ou des cristaux piézoélectriques, par une équation différentielle linéaire du second ordre, l'amplitude décroît exponentiellement comme

$$E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{II.1 a})$$

La constante de temps est reliée à Q. En effet, l'énergie W, proportionnelle à E^2 , décroît comme $e^{-2t/\tau}$ et puisque $-\frac{1}{W} \frac{dW}{dt} = \frac{\omega_0}{Q}$

$$\text{nous avons:} \quad +\frac{2}{\tau} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2\pi f}{Q}$$

$$\text{d'où:} \quad Q = \pi f \tau \quad (\text{II.2})$$

Pour déterminer Q on pourra mesurer et utiliser la dérivée logarithmique de l'amplitude par rapport au temps.

Prenons comme exemple un circuit oscillant série constitué par une bobine dont le coefficient de self-induction est L et la capacité C. En général, les pertes dans C sont négligeables par rapport à celles de L. Si nous représentons l'ensemble de ces pertes par une résistance ohmique R en série avec L, nous aurons pour le Q de la bobine l'expression:

$$Q = \frac{\frac{1}{2} L I_m^2}{\frac{1}{2} R I_m^2} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (\text{II.3})$$

où I_m est l'amplitude de l'intensité de courant.

En appliquant la formule de Thomson, on a aussi

$$Q = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (\text{II.4})$$

Il faut remarquer qu'il résulte de la définition de l'angle de pertes φ que

$$\text{tg } \varphi = \frac{1}{Q} \quad (\text{II.5})$$

Signalons aussi qu'entre Q et le facteur d'amortissement α $E = E_0 e^{-\alpha t}$ et entre Q et le décrement logarithmique δ , qu'on emploie encore quelquefois, existent les relations:

$$Q = -\omega_0 / 2\alpha \quad (\text{II.6})$$

$$\text{et} \quad Q = \pi / \delta \quad (\text{II.7 voir (II.31)})$$

Remarquons enfin qu'il est plus avantageux de caractériser un circuit oscillant composé d'une bobine et d'un condensateur par le facteur

$Q = \omega L/R$ que par le rapport L/R , qu'on retrouve dans l'équation différentielle du deuxième ordre, comme nous le verrons. Ceci parce que Q est presque indépendant de la fréquence. En effet, le rapport L/R varie avec la fréquence d'après l'effet pelliculaire. Tandis que pour Q cette variation est au moins en partie compensée par la variation de ωL avec la fréquence.

2. Analyse du schéma équivalent d'un cristal piézoélectrique.

On sait (9) qu'un cristal piézoélectrique peut être considéré au point de vue électrique comme étant constitué d'un circuit oscillant série composé par une self L , une capacité C et une résistance R , shunté par une capacité C_0 .

Nous allons motiver cette conception, qui, au premier regard, paraît arbitraire, par l'analyse qui suit. Mais nous faisons surtout cette analyse pour montrer comment nous sommes arrivés à justifier la mesure du Q des cristaux à partir des grains. Nous obtiendrons en même temps la relation qui existe entre Q et les coefficients élastiques d'un cristal piézoélectrique. Nous verrons aussi quels sont les facteurs qu'on peut employer pour caractériser au mieux la valeur d'un cristal piézoélectrique.

Le schéma équivalent d'un cristal piézoélectrique a été proposé pour la première fois par K. S. van Dyke (9). Presqu'en même temps, la même question a été traitée d'une manière un peu différente par P. Vigoureux. (10) Nous nous bornons à l'étude d'une vibration longitudinale. Pour les autres modes de vibration, les résultats sont analogues. Signalons en passant que la vibration longitudinale a le grand avantage de fournir une onde qui est moins gênée par d'autres modes d'oscillation que toute autre vibration.

Considérons un cristal de quartz de longueur y , d'épaisseur x et de largeur z . Admettons que x et z soient petits par rapport à y (figure II.1).

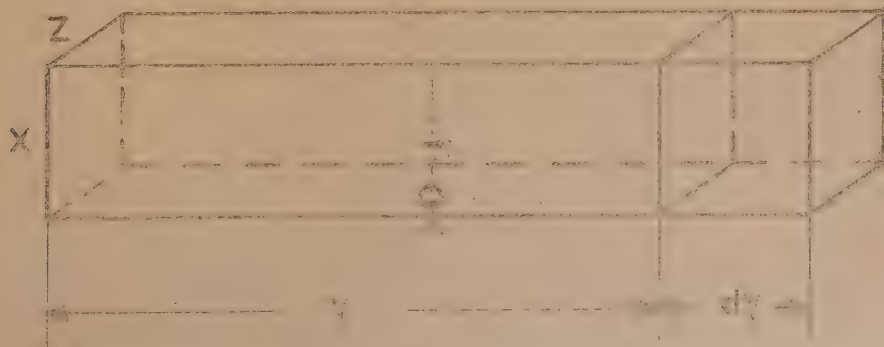


Fig. II.1

Si nous appliquons aux faces zx deux électrodes métalliques entre lesquelles se trouve une tension électrique constante U , la longueur y du quartz subira, d'après l'effet piézoélectrique inverse une toute petite variation δ_y . Soit maintenant U une tension alternative dont nous faisons changer la fréquence f . Dès que f se rapproche de la fréquence propre f_0 du barreau de cristal, celui-ci va effectuer des vibrations dont l'amplitude est des milliers de fois plus forte que lorsque f est loin de f_0 . Ceci produit par effet piézoélectrique direct des charges électriques considérables. C'est ce phénomène, la résonance dont nous ferons un usage étendu.

Considérons maintenant un point $P(x, y, z)$ à une distance $y/2$ de l'origine O et soit dy un accroissement de cette longueur. Soit η la composante du vecteur déplacement géométrique S dans la direction y du point P (quand le barreau vibre). En un point voisin $P'(x, y + dy, z)$ η va devenir $\eta + d\eta$. La variation par unité de longueur du vecteur S dans la direction y sera donc: $\frac{d\eta}{dy}$. Désignons par ρ la densité et par s_{22} la compliance ou coefficient élastique (inverse du module d'Young) dans la direction y . On a alors, d'après la loi de Hooke:

$$F_y = \frac{1}{s_{22}} \times z \times \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (II.8)$$

où F_y représente la force élastique au point y et dans la direction y . Au point $y + dy$ cette force devient $F + dF$ et la différence des forces de deux côtés de l'élément dy est:

$$dF = \frac{1}{s_{22}} \times z \times \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} dy \quad (II.9)$$

cette force produit dans la direction y une accélération qui est égale à:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$$

En égalant la force représentée par l'équation (II.8) à la force définie par la deuxième loi de Newton et en simplifiant on obtient enfin:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho s_{22}} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \quad (II.10)$$

L'équation (II.10) est un cas particulier de l'équation de propagation d'une onde de d'Alembert. La vitesse de propagation de l'onde est donc donnée par:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{22}}} \quad (II.11)$$

L'équation (II.10) représente l'équation différentielle du mouvement d'un point du barreau si l'on fait abstraction de l'amortissement. Les forces d'amortissement sont triples: forces de frottement interne dans le cristal, forces de frottement au point d'appui et résistance de l'air. Cette dernière est produite surtout par des condensations et raréfactions de l'air près des extrémités vibrantes de la barre cristalline. L'expérience montre que l'amortissement produit par l'air à la pression atmosphérique est beaucoup plus grand que les deux autres si le cristal s'appuie en son milieu sur un couteau. On peut admettre que les trois forces d'amortissement sont proportionnelles à la vitesse et que leur somme est égale à $-k \frac{\partial \eta}{\partial t}$

Nous avons une première condition aux limites relatives à $y = \pm y_0/2$ en tenant compte en même temps de l'effet piézoélectrique inverse:

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = d_{12} \frac{V}{x} - k s_{22} \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (\text{II.12})$$

où d_{12} représente la constante piézoélectrique dans la direction Y et V la tension produite par la déformation élastique.

Une deuxième condition aux limites est qu'au milieu de la barre, c'est à dire au point d'appui où $y = 0$

$$\eta = 0 \quad (\text{II.13})$$

Si la tension appliquée varie selon une sinusoïde, on a:

$$V = V_0 e^{j\omega t} \quad (\text{II.14})$$

et
$$\eta = \eta_0 e^{j\omega t} \quad (\text{II.15})$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation différentielle (II.10) on voit que η_0 doit satisfaire à l'équation différentielle:

$$\eta_0 \omega^2 + v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.16})$$

où v désigne la vitesse donnée par (II.11) et, en tenant compte des conditions aux limites (II.12) et (II.13) on obtient enfin la solution suivante:

$$\eta = \frac{-j d_{12} V_0 e^{j(\omega t + \varphi)} \cos \varphi \sin(\omega y/v)}{\omega k x s_{22} \sin(\omega y_0/2v)} \quad (\text{II.17})$$

avec

$$\tan \varphi = \frac{1}{k v s_{22}} \cotg \frac{\omega y_0}{2v} \quad (\text{II.18})$$

où $y_0/2$ est la valeur de y à l'extrémité de la barre.

Si l'on prend la dérivée de η par rapport à y , on obtient le déplacement S par unité de longueur. En portant cette valeur dans l'équation qui exprime l'effet piézoélectrique, (après avoir éliminé la force élastique entre les deux équations piézoélectriques) on obtient le flux du déplacement électrique D à travers l'unité de surface. En l'intégrant sur toute la surface perpendiculaire à Oy on obtient le flux du déplacement électrique. Enfin, en dérivant ce flux par rapport au temps, on obtient l'intensité de courant I

$$I = \left(\epsilon - \frac{d_{12}^2}{s_{22}} \right) \frac{y_0 z}{x} V_0 \omega e^{j(\omega t + \pi/2)} + \frac{2 d_{12}^2 z V_0 \cos \psi}{k x s_{22}^2} e^{j(\omega t + \psi)} \quad (II.19)$$

où ϵ est la constante diélectrique du cristal dans la direction y .

Le terme en $e^{j(\omega t + \pi/2)}$ est dû à l'effet diélectrique, le second terme est dû à l'effet piézoélectrique. En effet, le premier terme serait obtenu si l'on appliquait une tension sinusoïdale aux bornes du condensateur de capacité C_0

$$C_0 = \left(\epsilon - \frac{d_{12}^2}{s_{22}} \right) \frac{y z}{x}$$

Si l'on applique à un circuit formé par L , C et R montés en série une tension sinusoïdale on obtient:

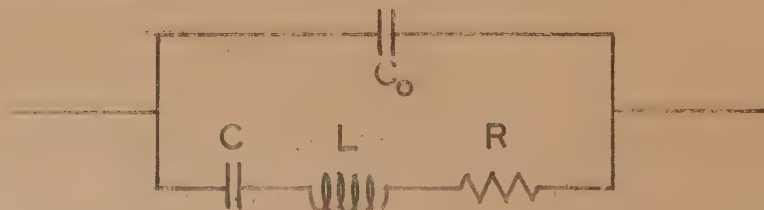
$$I' = \frac{V_0 \cos \psi e^{j(\omega t + \psi)}}{R} \quad (II.20)$$

avec

$$\tan \psi = \frac{1/\omega C - \omega L}{R} \quad (II.21)$$

Donc une expression analogue au terme en $e^{j(\omega t + \psi)}$ de (II.19).

Au voisinage de la résonance, ce second terme est beaucoup plus important que le premier. Le premier terme nous a amené à introduire C_0 , le second à introduire L , C , R . On obtient par suite pour le cristal le schéma électrique équivalent de la figure II.2.



Il possède à la fois des propriétés d'un circuit oscillant série et d'un circuit oscillant parallèle. Il a ainsi deux fréquences de résonance: La fréquence de résonance du circuit série, dite brièvement résonance et celle du circuit parallèle, dite antirésonance. La détermination de ces deux fréquences ainsi que la détermination de la capacité du cristal en basse fréquence représentent la meilleure méthode pour déterminer le coefficient de couplage k , les constantes piézoélectriques, élastiques et les constantes diélectriques d'un cristal. Malheureusement la fréquence de résonance et de l'antirésonance sont très rapprochées, et le point d'antirésonance n'est pas net, ce qui crée des difficultés expérimentales.

En égalant l'amplitude donnée par l'équation (II.20) à celle du deuxième membre de l'équation (II.19) on obtient:

$$R = \frac{k x s_{22}}{2 s d_{12}} \quad (II.22)$$

En égalant l'équation (II.18) et l'équation (II.21) c'est à dire $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \psi$ au voisinage de la résonance on obtient:

$$C = \frac{8 d_{12}^2 y s}{\pi^2 s_{22} x} \quad (II.23)$$

L est obtenu en tenant compte de la relation $\omega^2 L C = 1$

et

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega C R}$$

en y portant les valeurs de l'équation (II.22) et (II.23) et en tenant compte de ce que

$$f = \frac{1}{2 y} \sqrt{\frac{1}{\varphi s_{22}}}$$

qui provient de

$$2 y = \frac{v}{f}$$

(les deux extrémités étant libres représentent des ventres d'oscillation, donc $\lambda = 2 y$ pour l'onde fondamentale); et en tenant compte ensuite de la relation (II.11)

on obtient finalement:

$$Q = \frac{\pi}{4 k} \sqrt{\frac{\varphi}{s_{22}}} \quad (II.24)$$

Donc Q ne dépend pas des dimensions du cristal. On peut le déterminer en partant de petits grains de cristal.

L'équation (ii.24) nous montre que Q dépend, à part de la densité, uniquement du coefficient élastique s_{22} , donc des propriétés élastiques du cristal. Il en résulte de même, puisque le coefficient élastique varie avec la direction du cristal, que Q variera aussi avec la direction dans le cristal. C'est bien ce que montre l'expérience lorsque l'on emploie plusieurs grains: chacun a sa propre valeur de Q . Nous donnons donc une valeur moyenne de Q .

D'après Mason et Fair (11) la valeur d'un cristal ("figure of merit" M) est déterminée par le rapport:

$$M = \frac{Q}{r} \quad (II.25)$$

où $r = \frac{C_0}{C}$ (voir figure II.2)

Donc Q est en effet important pour caractériser la valeur d'un cristal, surtout du point de vue des pertes d'énergie.

Remarquons enfin que, comme la résistance de l'air représente la source principale d'amortissement, nous avons supprimé cette source d'amortissement en faisant le vide dans le condensateur où se trouvaient les grains. (condensateur piézoélectrique).

Un vide de l'ordre de grandeur d'un mm Hg qu'on obtient facilement à l'aide d'une pompe rotative, est suffisant pour ce but.

Dans ce qui précède, nous avons vu qu'un cristal piézoélectrique peut être considéré comme étant essentiellement équivalent à une self L , une capacité C et une résistance R branchées en série.

Pour déterminer le Q , on a besoin de connaître R et L , ou R et C . Comme ces grandeurs ne sont pas accessibles dans le cristal, il faut déterminer Q d'une autre manière. Evidemment, on pourrait calculer L , C et R d'un cristal à partir de ses coefficients et de ses dimensions. Il y a aussi des méthodes expérimentales pour déterminer ces grandeurs. On préfère d'habitude la détermination expérimentale parce que les résultats du calcul ne sont pas très précis, étant donné qu'on idéalise certaines grandeurs par exemple on considère parfois une barre de longueur infinie. Pour déterminer le Q des cristaux, coupés d'une manière déterminée, on mesure le L ou le C à une certaine bande de fréquence, puis le R et l'on détermine le Q . Pour les grains, ceci n'est pas possible.

Nous avons une méthode qui consiste à déterminer le Q à partir de la courbe d'oscillations amorties qu'effectue chaque système oscillant excité pendant un temps court par rapport à sa période d'oscillation.

Cette méthode a l'avantage de permettre d'utiliser l'excellent appareil moderne de recherches que représente l'oscillographe cathodique.

3) Analyse du phénomène d'amortissement.

Puisque nous faisons usage du phénomène d'amortissement, nous allons rappeler rapidement la théorie de ce phénomène.

Comme nous l'avons vu, chaque cristal piézoélectrique est équivalent essentiellement à un circuit oscillant série de L , C et R .

Un cristal piézoélectrique excité électriquement représente essentiellement un circuit oscillant série avec des pertes, muni d'une charge électrique q , due à l'effet piézoélectrique, accumulée dans le condensateur C . On va donc lui appliquer le résultat de l'étude classique de la décharge d'un condensateur C dans une self-induction L et une résistance R .

L'équation différentielle du cristal piézoélectrique abandonné après excitation sera donc:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = \frac{q_0}{C} \quad (\text{II.26})$$

avec l'équation caractéristique:

$$L \alpha^2 + R \alpha + \frac{1}{C} = 0 \quad (\text{II.27})$$

dont les racines peuvent s'écrire:

$$\alpha = -\frac{R}{2L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{4L}} \quad (\text{II.28})$$

a) si $CR^2 > 4L$, pas d'oscillation: régime apériodique.

Ce cas est exceptionnel chez les cristaux piézoélectriques, cependant il en existe qu'on n'arrive pas à faire entrer en oscillation. Il s'agit probablement d'un amortissement trop fort, dépassant même l'amortissement critique.

b) En général, $CR^2 \ll 4L$

le cristal exécute des oscillations sinusoidales amorties:

$$\alpha \neq -\frac{R}{2L} \pm \frac{1}{\sqrt{CL}} \quad (\text{II.29})$$

et l'on peut écrire:

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \omega t \quad (\text{II.30})$$

avec $\tau = \frac{2L}{R}$ et $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Or nous avons vu précédemment (II.2) que:

$$Q = \pi f \tau$$

Le décrement logarithmique est par définition:

$$\delta = \text{Log} \frac{q(t)}{q(t+T)} = \text{Log} e^{-\frac{T}{\tau}} = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{f\tau}$$

On a donc $f\tau = \frac{1}{\delta}$

et $Q = \frac{\pi}{\delta} \quad (\text{II.31})$

CHAPITRE III

Emploi de la modulation linéaire de fréquence pour déceler la piézoélectricité.

1. Recherches préliminaires.

(Recherches utilisant la mise en vibration d'un cristal piézoélectrique par une impulsion électrique).

Notre idée de base a été de provoquer à intervalles réguliers T des oscillations amorties d'un cristal piézoélectrique, de manière à obtenir sur un oscillographe cathodique dont le balayage a la même période T des images parfaitement stables.

Ainsi les mesures de l'amortissement pourront devenir possibles.

Nous avons d'abord essayé d'exciter les cristaux piézoélectriques en les plaçant entre deux armatures entre lesquelles on établit des impulsions électriques très courtes. La théorie permet alors de calculer Q très simplement.

Pour produire de fortes impulsions de très courte durée, le plus simple est d'employer un oscillateur bloqué (blocking oscillator). Mais celui-ci demande un transformateur de construction spéciale avec des tôles très minces d'un alliage spécial. Ces transformateurs ne sont fabriqués qu'aux U.S.A. Un essai avec un transformateur que nous avons construit n'a pas donné le résultat attendu.

Nous avons alors essayé de produire des impulsions par coupure brusque du courant à travers un circuit oscillant parallèle (12). Là, les moyens de réalisation sont plus simples (multivibrateur, circuit oscillant, interrupteur électronique). Malheureusement, pour n'obtenir qu'une seule impulsion et non une oscillation amortie, il faut beaucoup amortir le circuit oscillant. Il en résulte que les impulsions sont faibles et insuffisantes pour exciter

le cristal. Sans utiliser le phénomène de résonance, le rapport signal/bruit de la tension d'oscillation du cristal serait trop faible pour être étudié commodément à l'oscillographe cathodique.

2. Méthode de la modulation linéaire de fréquence.

Nous allons décrire maintenant la première méthode expérimentale que nous avons employée pour déceler la piézo-électricité sur de petits échantillons.

Cette méthode dérive de celle de Giebe et Scheibe que nous avons modifiée. Pour comprendre cette méthode et les modifications que nous y avons introduites, nous en donnons ci-dessous d'abord une courte description.

La méthode de Giebe et Scheibe (7) consiste à placer un cristal piézoélectrique sous forme de grains entre deux plaques métalliques (condensateur piézoélectrique) branchées en parallèle sur un oscillateur, Hartley par exemple. Si l'on fait varier la fréquence de cet oscillateur en tournant à la main le condensateur variable du circuit oscillant, les cristaux qui ont la même fréquence que lui se mettent à osciller par effet piézo-électrique inverse. Leurs vibrations mécaniques produisent par effet piézoélectrique direct des oscillations électriques qui, au voisinage de la résonance, interfèrent avec celles de l'oscillateur. Ceci donne naissance à des battements qui, après détection se manifestent dans le téléphone comme un son hululé qu'on distingue facilement du bruit de fond.

Cette méthode ne donne que des renseignements qualitatifs sur l'existence de la piézoélectricité et n'en donne aucun sur le facteur de qualité Q qui est d'autant plus élevé que les vibrations mécaniques s'amortissent plus lentement. Nous montrons plus loin comment nous avons cherché à la transformer en une méthode quantitative pour déterminer la qualité Q des cristaux piézoélectriques.

La méthode de Giebe-Scheibe a l'avantage de s'appliquer à des petits cristaux. On n'a donc pas besoin de faire une culture de gros cristaux qui est souvent délicate et longue. Aussi est-elle intéressante lorsqu'il n'est pas possible d'obtenir de grands cristaux ainsi que pour classer certains cristaux.

Remarquons en passant que cette méthode, qui a rendu beaucoup de services pour déceler la piézoélectricité des cristaux, a été adaptée récemment aux moyens électroniques modernes (13) et (14) sans cesser toutefois de rester une méthode qualitative.

Si l'on regarde sur l'écran de l'oscillographe cathodique les battements que l'on entend au téléphone quand on change la capacité du circuit oscillant, on ne voit qu'un enchevêtrement inextricable de courbes.

Monsieur Guillien a proposé l'emploi d'une variation automatique de la fréquence. Après quelques essais infructueux de méthodes plus compliquées, j'ai employé une lampe de glissement en parallèle sur le circuit oscillant et par suite sur le condensateur piézo-électrique.

Cette lampe de glissement change profondément l'aspect de l'image sur l'écran de l'oscillographe cathodique et surtout la rend stable. En appliquant convenablement cette modulation de fréquence, on arrive à extraire pour ainsi dire une seule image de tout le mélange de courbes et à la maintenir d'une manière stable sur l'écran de l'oscillographe cathodique. On peut ainsi photographier l'image et la mesurer pour déterminer le Q .

3. Modulation de fréquence par lampe de glissement.

Pour mieux comprendre le changement que nous avons apporté il faut dire quelques mots sur le procédé de modulation de fréquence, que nous avons utilisé, étant donné que c'est là que réside notre principale innovation.

On sait que convenablement montée, la souple lampe électronique peut jouer non seulement le rôle d'une résistance variable, mais aussi celui d'une impédance variable.

En effet, la tension grille E_g et le courant plaque I_a d'une lampe électronique ne sont en phase qu'en l'absence d'impédance réactive sur l'anode. Si l'on réussit à avancer la phase du courant plaque de 90° par rapport à celle de la tension anode, la lampe jouera le rôle d'une capacité placée entre anode et masse. Si l'on réussit à retarder la phase de ce courant de 90° par rapport à celle de la tension anode, la triode sera équivalente

à une bobine de self-induction.

Ce déphasage est obtenu facilement grâce à l'amplification de la lampe et à l'aide d'un dispositif déphaseur composé d'une capacité C et d'une résistance R reliant anode et grille.

a) Admettons que dans la figure III.1 Z_1 soit une résistance R beaucoup plus grande que $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$ donc $R \gg \frac{1}{\omega C}$, par exemple $R C \omega \neq 10$.

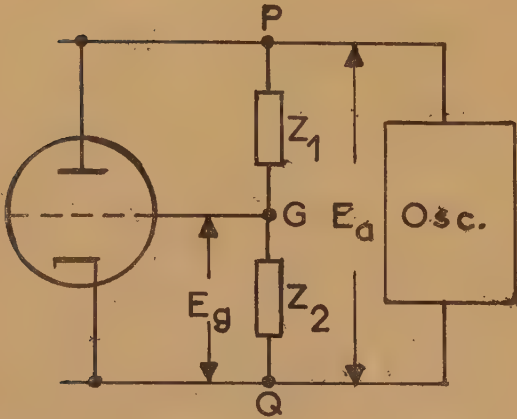


Fig. III 1

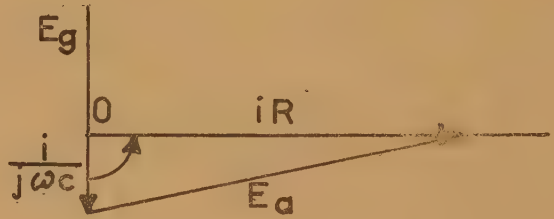


Fig. III 1 a

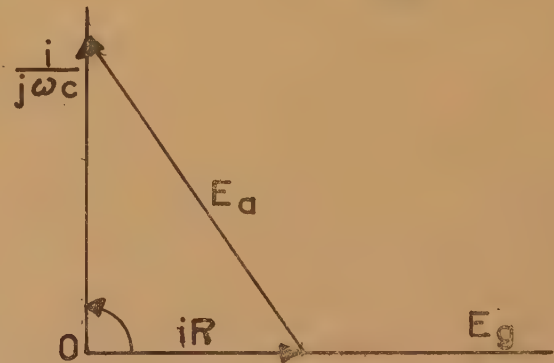


Fig. III 1 b

La tension E_a (due à l'oscillateur) crée dans R et C un courant i de haute fréquence. Ce courant produit une chute de tension dans ces deux éléments que nous avons représentée en figure III.1a (où iR est seulement $5 \frac{i}{j\omega C}$).

On voit que la tension appliquée entre plaque et cathode est presque celle appliquée aux bornes de R . Le courant i est donc en phase avec E , tandis que la tension grille $\frac{i}{j\omega C}$ est en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur ce courant. Cette combinaison est équivalente à une self-induction L .

Pour trouver la valeur de L , considérons l'admittance Y_{PQ} entre les points P et Q , (figure III.1) E_a étant la tension plaque et S la pente de la lampe.

On a:

$$Y_{PQ} = \frac{I_a}{E_a} = \frac{SE}{E_a} \quad (\text{III.1})$$

$$\text{et} \quad E_g = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2} Z_2 \quad (\text{III.2})$$

Dans notre cas où

$$Z_1 = R \quad \text{et} \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C} \quad \text{on a:}$$

$$Y_{PQ} = \frac{S Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{S}{1 + j\omega C R} \quad (\text{III.3})$$

$$Y_{PQ} = \frac{S}{1 + (\omega C R)^2} - \frac{S j C R}{1 + (\omega C R)^2} \quad (\text{III.4})$$

Donc

$$R_{PQ} = \frac{1 + (\omega C R)^2}{S} \neq \frac{(\omega C R)^2}{S} \quad (\text{III.5})$$

et

$$L_{PQ} = \frac{1 + (\omega C R)^2}{S \omega^2 C R} \neq \frac{R C}{S} \quad (\text{III.6})$$

b) Si Z_1 est une capacité et Z_2 une résistance remplissant la condition:

$$\frac{1}{\omega C} \gg R \quad (\text{III.7})$$

on obtient le diagramme vectoriel de la figure III. 1b. La tension plaque est presque égale à la tension aux bornes du condensateur.

La phase de i précède donc celle de E_a de 90° et la lampe joue le rôle d'une capacité C_{PQ} .

Un calcul analogue au précédent, donne les résultats suivants:

$$R_{PQ} = \frac{1 + (\omega C R)^2}{S(\omega C R)^2} \neq \frac{1}{S(\omega C R)^2} \quad (\text{III.8})$$

et

$$C_{PQ} = \frac{S C R}{1 + (\omega C R)^2} \neq S C R \quad (\text{III.9})$$

Pour produire un grand changement de la fréquence du circuit oscillant on a besoin dans le premier cas d'un petit L , dans le deuxième cas d'un grand C . Dans les 2 cas, la pente S doit donc être grande. S doit aussi être grande pour réduire R_{PQ} et rendre négligeable la modulation d'amplitude. C'est pour ces raisons que nous avons choisi une lampe à grande pente (EF42).

Nous voyons donc qu'une lampe de glissement en parallèle sur le circuit oscillant est équivalente au branchement en parallèle sur ce circuit d'une résistance R_{PQ} et d'une capacité C_{PQ} .

On pourrait également calculer une R et une C équivalentes au dispositif déphaseur, elles aussi branchées en parallèle sur

le circuit oscillant. Quant à la capacité équivalente du dispositif déphaseur, le calcul montre qu'elle est négligeable par rapport à C_{PQ} .

En ce qui concerne les résistances équivalentes au tube et au dispositif déphaseur, elles doivent être grandes pour ne pas affecter le circuit oscillant.

A part la combinaison R et C pour changer la phase dans la lampe de glissement que nous venons de décrire, il existe encore des combinaisons de R et L sur lesquelles nous n'insisterons pas.

En général, cela n'a pas d'importance dans la pratique électronique si l'on fait jouer à la lampe de glissement le rôle d'une self-induction ou celui d'une capacité, les deux montages étant tout à fait équivalents. Il n'en était pas de même dans nos recherches.

Voici les raisons qui nous ont déterminé à choisir une modulation de fréquence capacitive.

Il résulte de la formule (III.5) que R_{PQ} qui amortit le circuit oscillant, augmente comme le carré de la fréquence. L'amortissement est donc plus fort aux fréquences basses. Aux fortes valeurs de sa capacité, l'amplitude d'un oscillateur Hartley est plus petite qu'aux valeurs faibles. Cet inconvénient serait aggravé en montant une lampe de glissement équivalente à une self parce que R_{PQ} serait plus petit (formule III.5) et amortirait davantage aux basses fréquences.

Au contraire, lorsque la lampe de glissement est équivalente à une capacité, R_{PQ} est plus élevé aux fréquences basses (formule III.8), ce qui produit un effet compensateur. L'amplitude est maintenue ainsi presque constante, et une modulation d'amplitude due à la variation de fréquence, modulation qui serait très gênante, est ainsi évitée.

C'est pour cette raison que nous avons préféré la modulation de fréquence par capacité.

Nous avons choisi une modulation à fréquence basse; d'abord parce que la modulation de fréquence est ainsi plus stable, ensuite parce que, de cette façon, on donne au grain de cristal excité le temps d'effectuer librement de nombreuses oscillations amorties sans être gêné par les excitations ultérieures.

Des formules (III.5) à (III.9) résulte que pour la même fréquence et la même pente S , les valeurs de R_{PQ} , L_{PQ} et C_{PQ} restent les mêmes pourvu que le produit RC ne change pas. Pourtant ce produit doit être choisi de telle manière que R_{PQ} soit grand pour ne pas amortir le circuit oscillant. L'impédance doit être grande puisqu'une petite impédance rend difficile l'accord du circuit oscillant.

De ce qui précède, il résulte que pour calculer la fréquence du circuit oscillant on doit tenir compte de la capacité C_{PQ} branchée en parallèle sur ce circuit.

On aura donc :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_o(C_o + C_{PQ})}} \quad (\text{III.10})$$

où L_o et C_o désignent la self et la capacité du circuit oscillant.

En introduisant la valeur de C_{PQ} d'après (III.9) on a :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_o(C_o + S R C)}} \quad (\text{III.11})$$

En dérivant (III.11) par rapport à S et en divisant par (III.11) on obtient :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{-R C \Delta S}{2(S R C + C_o)} \quad (\text{III.12})$$

Comme d'habitude, $S R C \ll C_o$ on peut écrire :

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{R C \Delta S}{2 C_o} \quad (\text{III.13})$$

Il en résulte que la variation de fréquence est proportionnelle à la variation de la pente de la lampe. D'autre part, la pente S varie linéairement en fonction de la tension grille V_g dans un domaine étendu (figure III.2).

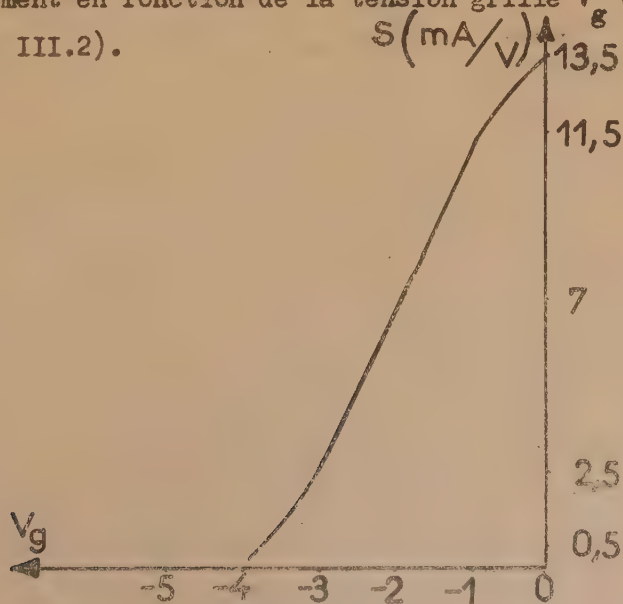


figure III.2

Donc une variation linéaire de la tension grille va produire une variation linéaire de la fréquence. Avec les valeurs que nous avons choisies pour R et C du déphaseur et avec le S de la lampe choisie la modulation de fréquence reste petite et ne gêne pas du tout le phénomène d'oscillation.

Pour faire varier la pente de la lampe en vue d'obtenir une modulation de fréquence, nous avons employé d'abord un générateur de basse fréquence qui fournit des tensions sinusoïdales. Mais, comme chez une sinusoïde la pente est variable, la modulation de fréquence était compliquée et les courbes d'amortissement obtenues sur l'écran de l'oscillographe cathodique ne donnaient pas une image fidèle de l'oscillation des cristaux et étaient difficilement reproductibles.

C'est pour cette raison que nous avons développé un générateur de tensions en dents de scie donnant une variation de tension parfaitement linéaire.

Dans ce qui suit, nous donnerons une courte description de cet appareil. Pour certains détails, nous renvoyons à l'article paru (15).

4. Générateur de tensions en dents de scie.

Pour obtenir un générateur en dents de scie d'une bonne linéarité et d'une construction simple, nous avons choisi le principe de l'intégrateur de Miller et nous avons utilisé au maximum une seule pentode. Cette pentode (EF42) joue en effet en même temps les rôles suivants: lampe de Miller, amplificatrice, interrupteur électronique et transitron pour la production de "l'échelon unité" de Heavyside.

Nous donnerons d'abord les principes qui sont à la base de notre montage, et nous décrirons ensuite la réalisation pratique.

Le principe de l'intégrateur de Miller est basé sur le circuit intégrateur, sur l'effet Miller et sur la contre-réaction.

Branchons en série une résistance R et un condensateur de capacité C et appliquons leur une force électromotrice alternative U de pulsation ω . Si l'on a:

$$R \gg \frac{1}{\omega C}$$

la tension V aux bornes du condensateur est: (circuit intégrateur,

figure III.3)

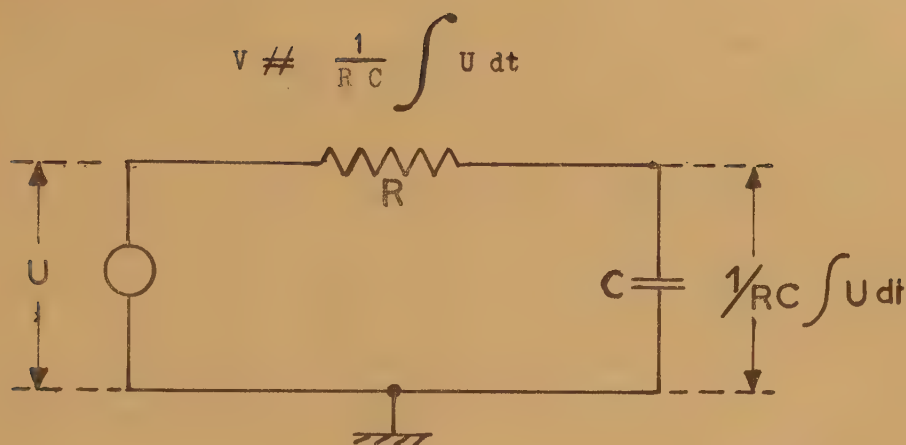


figure III.3

Si l'on applique au circuit intégrateur une tension égale à l'échelon unité de Heaviside et tant que l'on a $t \ll RC$ on a encore

$$V \neq \frac{U}{RC} \int dt = U t / RC \quad (III.14)$$

On recueille donc aux bornes du condensateur une tension proportionnelle au temps. On voit que dans ces deux cas on a intérêt à avoir des valeurs de RC élevées. En pratique, on prendra à la fois R et C élevés.

Du point de vue physique, cela revient à dire qu'il faut interrompre la charge ou la décharge du condensateur à une petite fraction de la constante de temps. Comme on peut confondre le début de la courbe exponentielle avec sa tangente à l'origine, la charge ou la décharge sera linéaire. Ceci a été appliqué aussi dans d'autres montages de balayage. Mais l'intégrateur de Miller fait usage en même temps d'une forte contre-réaction de tension. On sait qu'une telle contre-réaction tend à maintenir constante la tension de sortie quand celle d'entrée varie. En outre, la contre-réaction combat toujours les distorsions linéaires et non-linéaires.

Nous venons de voir que le circuit intégrateur a besoin d'une très grande capacité. Or Miller a montré (16) que si l'on réunit l'anode à la grille d'une lampe électronique par une capacité C , tout se passe comme si celle-ci était remplacée par une capacité $(A + 1)C$ (où A désigne le facteur d'amplification de l'étage). Nous utili -

sons cet effet Miller, qui introduit une contre-réaction suivant le schéma de la figure III.4.

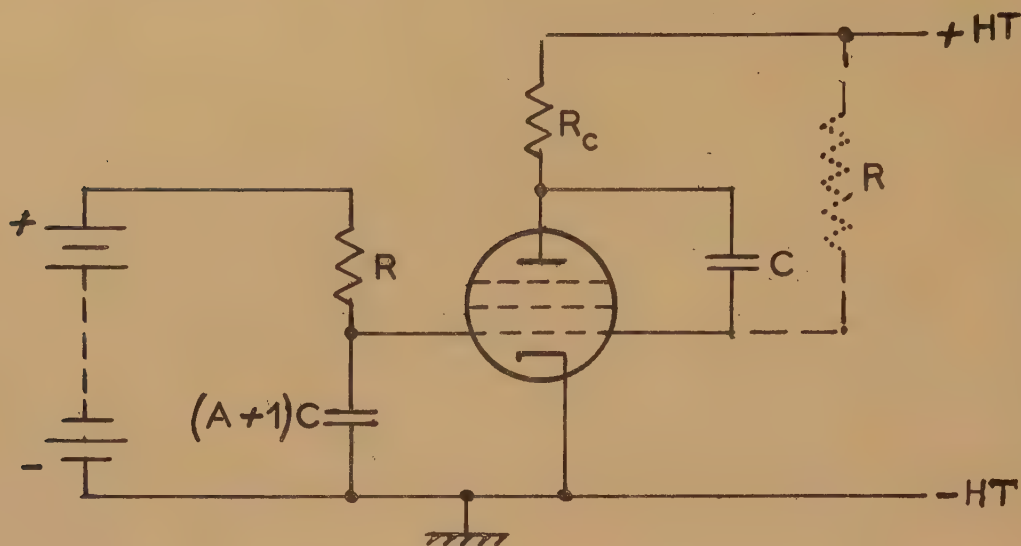


figure III.4.

On se servira évidemment pour charger C de la haute tension qui alimente la lampe (indiqué en pointillé sur la figure III.4).

En appliquant à l'entrée un échelon unité de Heaviside, on recueille à l'anode une tension fonction linéaire du temps.

Il est intéressant de calculer le défaut de linéarité.

Comme nous avons à faire à une pentode, la tension V_s à la sortie est: $V_s = A V_e$ où le gain A de l'étage est égal à $S R$ et V_e la tension d'entrée due à l'échelon unité. Donnons à R une valeur de 0,3 mégohm. Comme la pente S de notre EF42 est 10 ma/volt, nous aurons $A = 3000$ et si $V_e = 100$ volts, le potentiel qui en fait charge le condensateur devient $3 \cdot 10^5$ volts. Lorsque le potentiel d'anode change de 150 volts, alors que nous sommes dans la partie linéaire de balayage, l'erreur de linéarité est $1,50 \cdot 10^2 / 3 \cdot 10^5 = 0,05 \%$.

Pour faire jouer à la lampe un rôle d'interrupteur électronique, nous préférons nous servir de la grille supprimeuse. En y appliquant par exemple une tension négative de - 15 volts, le courant plaque est bloqué. Le condensateur C se charge par la voie R_c , C et espace grille-cathode et au potentiel de la haute tension. Comme le courant plaque est bloqué, tous les électrons circulent vers l'écran. Le courant écran augmente, la tension écran baisse. (figure III.5).

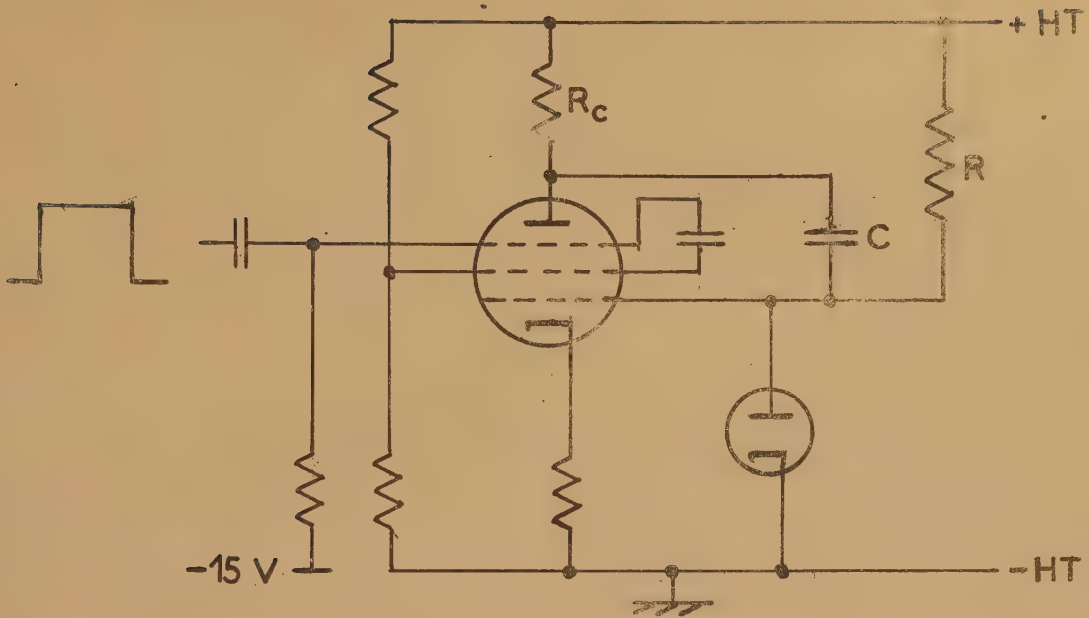


figure III.5.

Dès qu'on applique à la grille supprimeuse une tension constante (échelon d'Heaviside) supérieure de quelques volts à la tension de blocage, le tube permet le passage des électrons. Le courant plaque diminue et comme la plaque est réunie par un condensateur à la grille, la tension grille baisse aussi. Lorsque la tension grille a baissé de quelques volts, le courant plaque est presque coupé. Il ne reste que les quelques centaines de microampères que la résistance intérieure du tube, beaucoup augmentée, laisse passer. Pendant ce temps le courant écran diminue et la tension écran augmente. (figure III.6)

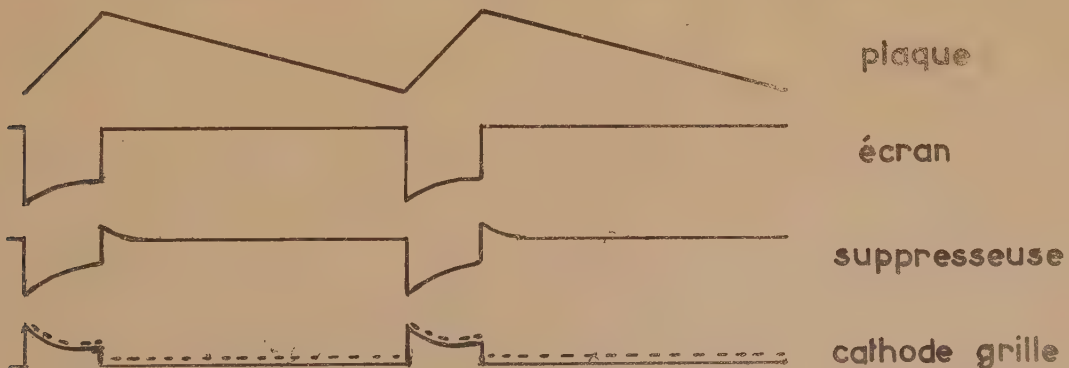


figure III.6.

La baisse de tension grille est limitée par une diode limiteuse (figure III.5) qui cesse de conduire quand le potentiel de son anode devient inférieur d'à peu près 3 volts à celui de sa cathode. Le potentiel grille diminue jusqu'à ce qu'un potentiel d'équilibre s'établisse de telle manière qu'un courant constant commence à traverser le tube, C et R ce qui décharge C. De la constance de ce potentiel d'équilibre dépend en grande partie la linéarité du générateur en dents de scie comme l'a montré Briggs (17).

La tension plaque diminue suivant une droite dont l'équation peut être établie de la manière suivante: le potentiel grille est donné par $V_g = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$; où $\tau = R[C(A + 1) + C_{gk}]$; C_{gk} est la capacité grille-cathode et E la tension de la source de tension. La variation de V_g au temps $t = 0$ est:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{E}{\tau} = \frac{E}{R[C(A + 1) + C_{gk}]} \quad (\text{III.15})$$

La variation de la tension plaque est

$$\frac{dV_a}{dt} = A \frac{dV_g}{dt} = \frac{A E}{R[C(A + 1) + C_{gk}]}$$

Comme il s'agit d'une pentode, A est grand par rapport à 1 et la variation de la tension plaque par unité de temps est:

$$\frac{dV_a}{dt} \neq \frac{E}{R C} \quad (\text{III.16})$$

Au temps t la tension plaque est donnée par l'équation:

$$V_{at} = E - \frac{E}{R C} \cdot t \quad (\text{III.17})$$

Tout se passe donc comme si un courant $i = C \, dV/dt = E/R$ donc constant, traversait le condensateur C.

Pour être rigoureux, il faudrait tenir compte aussi du petit courant qui traverse R_c et qui augmente à mesure que le potentiel plaque diminue. Le potentiel grille reste presque constant,

jusqu'au coude de la caractéristique $I_a - V_a$ ne montant qu'un peu en laissant passer les électrons à travers le tube malgré la diminution de la tension plaque.

Quand le potentiel plaque est tombé à quelques volts, il ne suffit plus pour attirer les électrons sur l'anode. Le courant par C et R cesse, de même celui par R_C , le potentiel plaque monte ce qui charge de nouveau le condensateur C selon une courbe exponentielle. La décharge ne recommence qu'en appliquant à l'entrée un nouvel échelon unité de Heaviside.

Cet échelon unité est produit par la pentode elle-même grâce au montage transitron.

On sait que si l'on réunit la grille supresseuse à l'écran par un condensateur et à la masse par une résistance, on obtient, grâce à la caractéristique $I_{g_2} - V_{g_3}$ descendante (transconductance négative), des impulsions rectangulaires.

La petite résistance de cathode est importante parce qu'elle réduit l'exigence sur la constance de l'échelon unité. En effet, quand la grille devient plus négative, le courant dans cette résistance est réduit ce qui rend la cathode moins positive par rapport à la masse. Ainsi la tension de la grille supresseuse se maintient assez positive pour faire fonctionner la lampe même si l'impulsion est déformée.

La charge du condensateur qui détermine le retour à l'état initial, serait assez lente. Pour l'accélérer et rendre le fonctionnement de l'appareil indépendant de l'impédance Z d'entrée, nous avons introduit un cathode follower. Grâce à sa petite impédance de sortie, l'appareil devient indépendant de Z et d'autre part, la durée de charge du condensateur C est raccourcie parce qu'il se charge alors par le cathode follower dont la résistance de sortie est beaucoup plus petite que R_C . Ce cathode follower est constitué par une moitié de la double triode ECC40, l'autre moitié étant montée en diode limiteuse. (figure III.7, page 30).

Nous avons jugé nécessaire de pouvoir couvrir une gamme allant de 0,05 Hz jusqu'à 50 kHz. Nous avons constitué R par un potentiomètre de 10 mégohms et disposé plusieurs condensateurs qu'on peut changer à l'aide d'un commutateur.

L'alimentation de l'appareil est stabilisée.

Le schéma de l'ensemble de l'appareil est donné figure III.8, page 31.

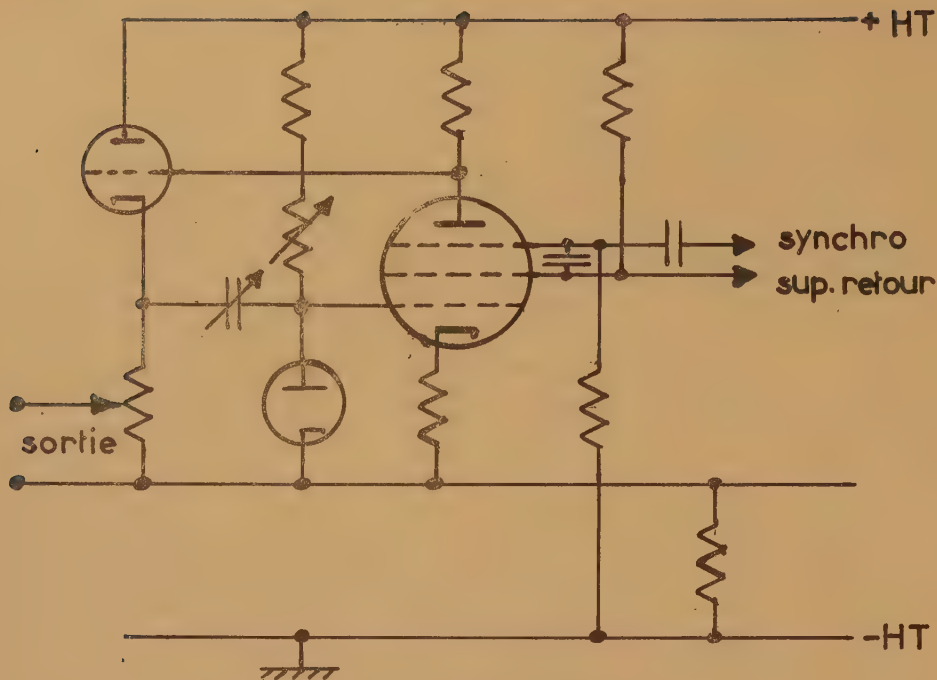


figure III.7.

La réponse d'un circuit oscillant à une tension modulée linéairement en fréquence a été étudiée théoriquement par G.Hok (18). Nous avons vérifié expérimentalement sa théorie avec des cristaux de quartz (19).

5. Détails sur le montage électronique.

En ce qui concerne le circuit oscillateur, nous voulons faire la remarque suivante:

Un circuit oscillant dans le circuit anodique donne des oscillations plus fortes, avec moins d'harmoniques et de fréquences plus stables quand la tension du secteur varie. Pourtant nous avons préféré placer le circuit oscillant sur la grille pour réduire au minimum la modulation d'amplitude due au glissement de fréquence que produit la lampe vibulatrice.(20).

Le schéma général de notre montage est représenté figure III.9, page 32.

Le schéma détaillé de tout le montage est donné figure III.10, page 32.

A ce dernier schéma nous voulons ajouter les remarques suivantes:

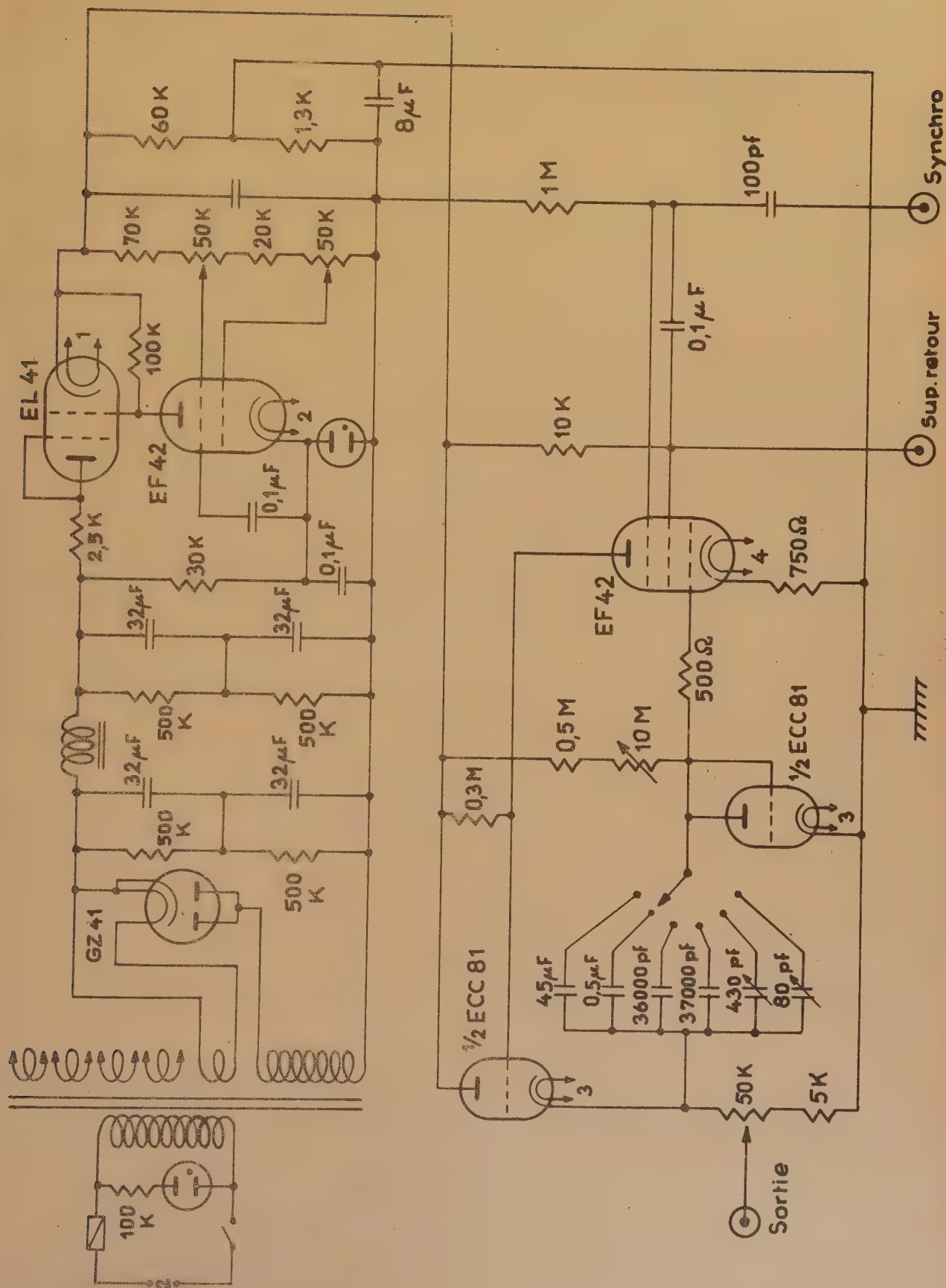


Fig. III. 8

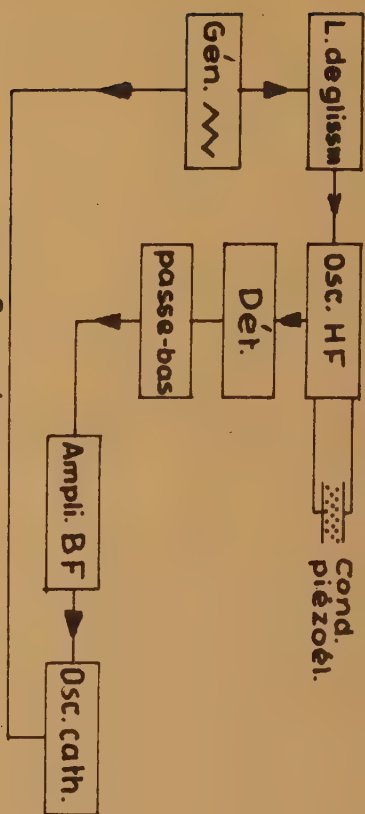


Fig. III. 9

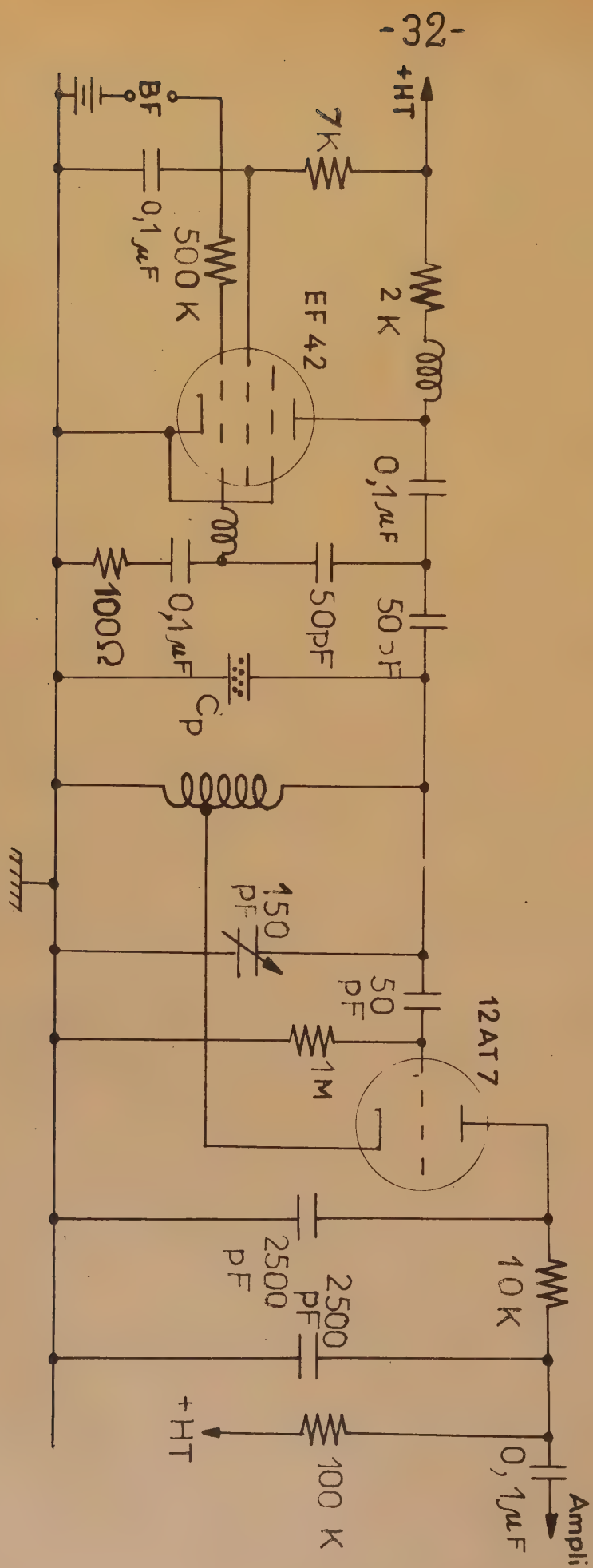


Fig. III. 10

L'oscillateur est du genre Hartley. On a choisi une réaction faible pour éviter les harmoniques et moduler plus facilement sa fréquence. Malgré la faiblesse de la réaction, l'oscillation a lieu parce que la lampe oscillatrice a une grande pente. Nous avons choisi dans ce but la double triode ECC 81 dont la pente $S = 6,6 \text{ mA/V}$. Cette lampe, employée surtout en télévision, est caractérisée par la petite capacité entre les électrodes. En branchant en parallèle les 2 systèmes triodes, nous obtenons une pente de $13,2 \text{ mA/V}$. La même lampe sert aussi de détectrice. Le condensateur variable n'a que 150 pf. On maintient ainsi un rapport L/C suffisant, donc une impédance favorable du circuit oscillant et la possibilité de l'accorder à l'intérieur d'un domaine de fréquence étendu.

Pour pouvoir exciter la résonance de grains de dimension assez variable (entre 0,1 et 10 mm), le circuit oscillant comporte plusieurs bobines interchangeables pour couvrir la bande de quelques centaines de kHz jusqu'à quelques MHz. Ces bobines sont à air et à une seule couche enroulée sur des tubes de carton bakéliné.

Nous avons construit un condensateur piézoélectrique spécial dont nous donnons le schéma ci-dessous (figure III.11)

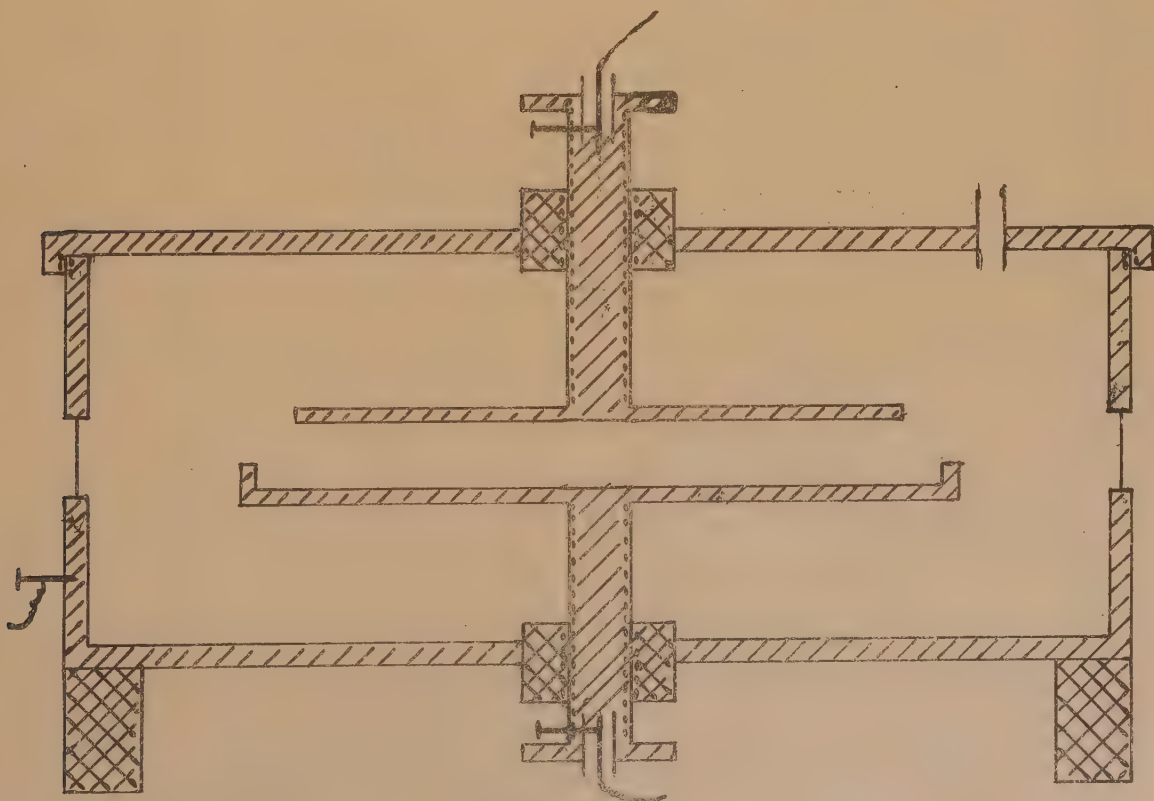


figure III.11.

Remarquons à ce propos que le couplage entre vibration mécanique et oscillation électrique ne se produit que lors d'une orientation convenable des axes cristallographiques par rapport au champ électrique, donc par rapport à la surface des armatures du condensateur piézoélectrique. C'est pour cette raison que nous y introduisons quelques dizaines de cristaux. Nous choisissons aussi des cristaux de dimensions différentes pour trouver plus facilement une fréquence de résonance. Ajoutons enfin un détail expérimental: parfois les images obtenues sur l'écran de l'oscillographe cathodique n'ont pas l'aspect simple habituel. Par exemple certaines parties dépassent l'exponentielle. Ceci est dû au fait que les petits cristaux qui oscillent sont gênés un peu dans leur orientation par d'autres cristaux. On remédie facilement à cela en frappant doucement sur les parois du condensateur piézoélectrique, avec le manche d'un tournevis par exemple.

On peut varier la distance entre les armatures du condensateur piézoélectrique pour y placer des grains de différentes dimensions. Remarquons aussi que la distance entre ses armatures est reproductible grâce à une graduation. L'armature inférieure (mise à la masse) repose sur une résistance. En faisant varier un courant électrique traversant cette résistance, on peut donc régler la température de l'enceinte. Cette température est mesurée à l'aide d'un thermocouple. Ainsi on a la possibilité d'étudier comment varie le Q en fonction de la température.

On peut évidemment introduire le condensateur dans un mélange réfrigérant pour mesurer le Q à basse température. Enfin, à l'aide du petit tube appliqué sur le couvercle du condensateur, on peut faire le vide dans l'appareil. Pour maintenir ce vide, nous avons appliqué au bord extérieur des écrous du vacoplast ou de la picéine. Le vide qu'on peut maintenir est de l'ordre d'une fraction de millimètre, ce qui est suffisant pour notre but.

Tout l'appareil était bien blindé du point de vue électrique. Son alimentation de haute tension était stabilisée par un dispositif électronique à pentodes.

Le générateur en dents de scie doit être alimenté séparément, ou, s'il est alimenté par la même source, sa haute tension doit être découplée par une résistance de 10 000 ohms et quelques dizaines de microfarades mis à la masse. Autrement, les variations brusques de tension de ce générateur se transmettent à l'appareil entier.

Le filtre passe-bas qui se trouve à la sortie de la lampe 12 AT 7 pour filtrer la HF est un simple filtre symétrique en forme de π constitué par deux condensateurs égaux et une résistance entre eux.

Comme amplificateur de basse fréquence, nous avons employé l'amplificateur vertical de l'oscillographe cathodique. Ce dernier était un oscillographe cathodique Nr. 264 B de Ribet & Desjardins à spot vert.

Si l'on regarde l'image obtenue, après amplification, sur l'écran de l'oscillographe cathodique relié à la sortie du filtre passe-bas, on voit qu'elle est nette et stable. C'est une oscillation basse fréquence amortie qui provient des battements entre le cristal piézoélectrique et l'oscillateur HF de fréquence variable. En effet, les petits cristaux dont les dimensions sont telles qu'à un certain moment la fréquence de l'oscillateur devienne égale à leur fréquence propre, se mettent alors à vibrer énergiquement. A mesure que la fréquence de l'oscillateur continue à varier (donc s'éloigne de la résonance), l'énergie transmise à ces petits cristaux devient négligeable. Ils effectuent des oscillations amorties sur leur fréquence propre ce qui produit une tension qui bat avec celle de l'oscillateur. On s'arrange pour que la bande de fréquence périodiquement balayée grâce à la lampe de glissement contienne les fréquences propres des micro-cristaux. Comme déjà dit, après détection des tensions haute fréquence dues aux oscillations des cristaux, on voit sur l'écran de l'oscillographe cathodique une courbe qui a l'aspect d'une oscillation amortie. Cette courbe permet de déceler la piézoélectricité avec une très grande sensibilité. Ce dispositif que nous avons développé a quelques points faibles que nous avons pu corriger comme on va le voir.

6. Amélioration du montage précédent - Dispositif compensateur à induction.

Nous avons vu ci-dessus qu'une même triode fonctionne à la fois comme oscillatrice et comme détectrice, ce qui ne permet pas de régler au mieux ces deux fonctions. De plus, le cristal étant branché en parallèle sur le circuit oscillant modifie l'amplitude de ses oscillations. Ces points faibles sont corrigés dans le deuxième dispositif qui devient ainsi plus exact et aussi plus sensible que le premier.

Mais le grand avantage de ce deuxième dispositif est de rendre possible la mesure de Q sur de très petits échantillons.

On peut faire battre la tension HF due à l'oscillation d'un cristal piézoélectrique avec l'oscillation HF de l'oscillateur. Nous montrons plus loin au chapitre V qu'il est possible d'obtenir après détections par une diode une tension BF proportionnelle à la tension HF due au cristal et par suite d'en déduire Q à partir de la courbe de décroissance de la tension BF due aux battements. Dans cette méthode où la fréquence de l'oscillateur varie linéairement avec le temps, les réglages pour mesurer Q sont délicats et cependant les résultats assez peu précis.

Enfin, il faut noter d'autre part que dans les mesures de Q , il y a toujours un facteur un peu arbitraire qui varie d'un appareil à l'autre: c'est l'amortissement du cristal dû à son support ou aux électrodes. C'était S. Chaikin (21) qui a attiré le premier l'attention sur ce point. Puis H. Gockel (22) a montré le rôle que joue l'état de la surface du cristal pour la détermination de Q . C'est pour cette raison que les mesures de Q ne sont pas très précises. Pourtant, comme l'a montré H. Straubel (23) (pour un cristal de quartz de coupe X), le frottement entre le cristal et la surface du support est réduit de beaucoup quand le cristal oscille au voisinage de sa résonance. C'est justement notre cas.

Comme oscillateur, nous avons choisi cette fois un oscillateur genre Franklin dû à Létienne (24) et supprimé sa diode limiteuse qui n'améliorait pas la stabilité que nous avions primitivement. Ce générateur a ainsi l'avantage d'être plus stable que le montage Hartley. Il a surtout le gros avantage de ne pas nécessiter une bobine de réaction, organe toujours gênant. Cet oscillateur (L_1) a sa fréquence f modulée par une lampe de glissement.

En ce qui concerne cette lampe de glissement bien mise au point dans notre premier montage, nous l'avons maintenue presque sans modification dans celui-ci. Elle agit comme une capacité variable dont la valeur est déterminée par la tension de polarisation issue du générateur de tension en dents de scie, décrit plus haut. Ce générateur se trouve branché dans le circuit grille de la lampe L_2 , aux bornes marquées BF. La fréquence f varie ainsi linéairement avec le temps.

Pour séparer les étages et pour empêcher leur influence réciproque, nous avons employé des "cathode follower" qui, grâce à leur petite impédance de sortie, ont l'avantage supplémentaire de rendre la charge presque sans influence sur l'étage précédent.

Le schéma général de principe est donné figure III.12.

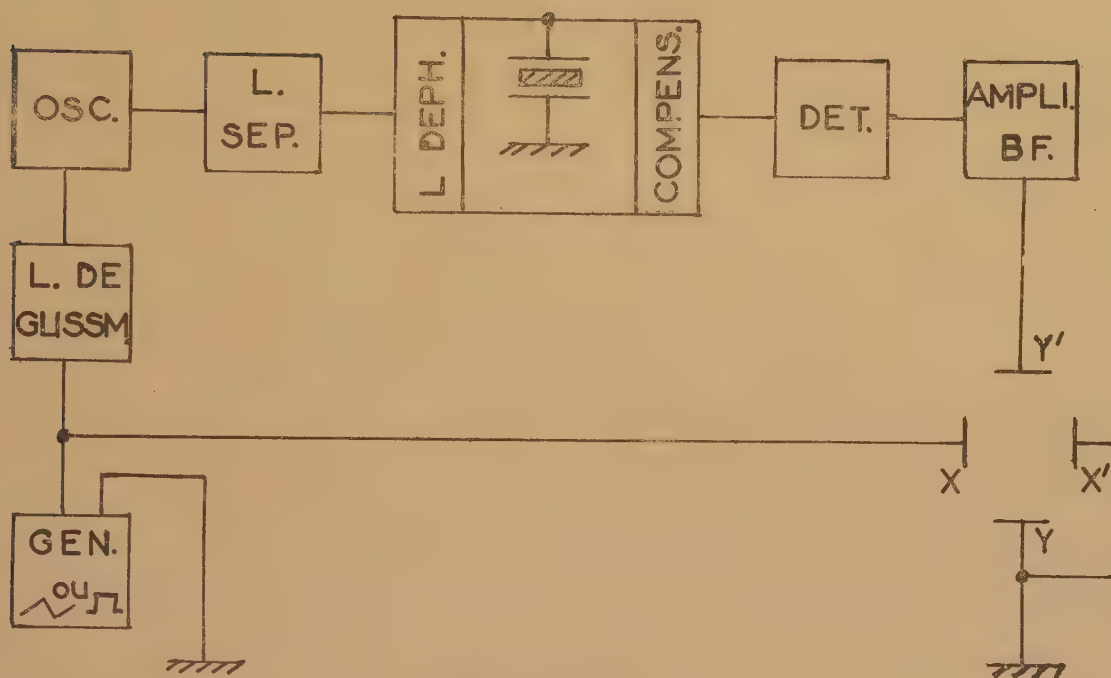


figure III.12.

Le schéma détaillé du nouvel appareil est donné figure III.13, page 38.

L'oscillateur HF modulé en fréquence débite dans deux lampes à cathodes asservies L_3 et L_4 de manière à réaliser un dispositif symétrique. A la sortie de L_3 se trouve le cristal qui est ainsi excité et oscille. Les oscillations du générateur L_1 et celles du quartz arrivent à la bobine B_1 par l'intermédiaire d'une nouvelle lampe à cathode asservie L_5 . Par contre, seules les oscillations du générateur arrivent à la bobine B_2 par l'intermédiaire de L_6 . La bobine B_2 est identique à B_1 mais bobinée en sens inverse. Les deux bobines B_1 et B_2 agissent sur B_3 . Les oscillations dues à L_1 et induites dans B_3 par B_1 et B_2 sont en opposition de phase et ainsi s'annulent par compensation. D'éventuelles différences de phase sont compensées à l'aide d'un petit condensateur variable C. Il reste donc aux bornes de B_3 uniquement la HF due aux trains d'oscillations du cristal, trains émis chaque fois que la fréquence variable est égale à celle du cristal. Ces trains sont amplifiés par L_7 puis détectés par L_8 et de nouveau amplifiés par la partie pentode de la même lampe.

Ici les fonctions étant séparées, elles n'exercent plus aucune influence réciproque. La lampe L_8 avec sa résistance de grille de 10 mégohms ne présente pratiquement aucune charge. La partie pentode de L_8 amplifie l'oscillation amortie de basse fréquence, assez pour pouvoir la bien photographier sur l'écran de l'oscillographe cathodique après l'avoir amplifiée.

Pour empêcher les distorsions des cathodes followers, il a été nécessaire de réunir leur grille à la cathode par l'intermédiaire d'une résistance de petite valeur (25).

Le rhéostat de 10 000 ohms a pour but de réduire l'amplitude de l'oscillation du générateur quand le cristal est de très bonne qualité. Sinon, l'amplitude des oscillations de ce dernier dépasserait le diamètre de l'écran de l'oscillographe cathodique.

Enfin, il faut dire quelques mots des bobines B_1 , B_2 et B_3 puisqu'elles jouent un rôle assez important. B_1 et B_2 doivent agir sur B_3 . Etant donné que le champ magnétique d'une bobine cylindrique est surtout intense dans son intérieur, nous avons bobiné B_1 et B_2 symétriquement sur un mandrin cylindrique, assez distantes l'une de l'autre. Dans l'intérieur de ce mandrin on peut déplacer B_3 qui est aussi bobinée sur un mandrin cylindrique. Toutes ces bobines ont une seule couche. La troisième bobine peut se déplacer à l'intérieur des deux bobines extérieures, pour pouvoir être placée symétriquement par rapport à celles-ci. Elle est blindée par une cage en fil de cuivre coupée le long d'une génératrice et mise à la masse pour empêcher la formation des courants Foucault.

Le principe de fonctionnement de ce dispositif est le suivant: Le cristal est excité par un générateur modulé en fréquence. Puis on recueille en A (figure III.13) l'oscillation V du générateur accompagnée de celle due à l'oscillation du cristal piézoélectrique, on dispose en B d'une tension $-V$ déphasée de 180° par rapport à V . Par compensation, il ne reste que les battements entre le cristal et l'oscillateur qu'on amplifie à l'aide d'une pentode. Puis on détecte à l'aide d'une diode. Enfin, on amplifie de nouveau.

Quoique ce dispositif se soit montré peu efficace à cause de la résonance propre des bobines, nous l'avons décrit puisque c'est lui qui nous a conduit à la forme définitive de notre dispositif de mesure.

7) Amélioration du dispositif compensateur.

L'expérience a montré que cette deuxième réalisation a encore des inconvénients. Ces inconvénients proviennent surtout des bobines. En effet, les bobines montrent sur leur fréquence propre une résonance fâcheuse justement dans le domaine intéressant pour effectuer les mesures. Ceci donne naissance à des déformations qui compliqueraient beaucoup la véritable étude du Q.

Pour nous débarrasser de ces points de résonance propre nous avons finalement renoncé aux bobines arrivant ainsi à la forme définitive de notre appareil où nous avons remplacé les bobines par un dispositif compensateur à résistances.

Dispositif compensateur. Un schéma général de tout le dispositif électronique a été donné figure III.13, page 38. Le schéma détaillé du nouvel appareil est donné figure III.14, page 41.

L_3 est un étage séparateur constitué par un cathode follower. De là, les oscillations modulées en fréquence arrivent à un inverseur de phase L_4 . Entre l'anode et la cathode de L_4 , un potentiomètre P reçoit à une extrémité une tension V modulée en fréquence, à l'autre extrémité une tension - V, augmentée de la tension due aux oscillations du cristal piézoélectrique étudié quand il vibre. Grâce au réglage du curseur de P et au petit condensateur ajustable A (qui permet de compenser les déphasages dus aux capacités parasites), il est possible de ne recueillir sur ce curseur (et sur la grille de L_5) qu'une tension due aux oscillations du cristal à l'exclusion de toute trace de la tension excitatrice V.

Etant donné que les phases des tensions sur la plaque et la cathode sont en opposition, on n'a qu'à choisir $R_p = R_c$ pour avoir la même amplitude. La lampe est polarisée par 6000 ohms. La lampe EF 41 montée en triode s'est montrée la plus favorable pour ce but. Un petit déphasage éventuel produit par le cristal est corrigé par le condensateur variable $C_v = 100$ pf et par changement de la position du curseur du potentiomètre P.

Dans ce montage on arrive à annuler sur le curseur l'oscillation d'excitation et à n'y conserver que l'oscillation due au cristal. Pour régler facilement cette compensation, on écarte légè-

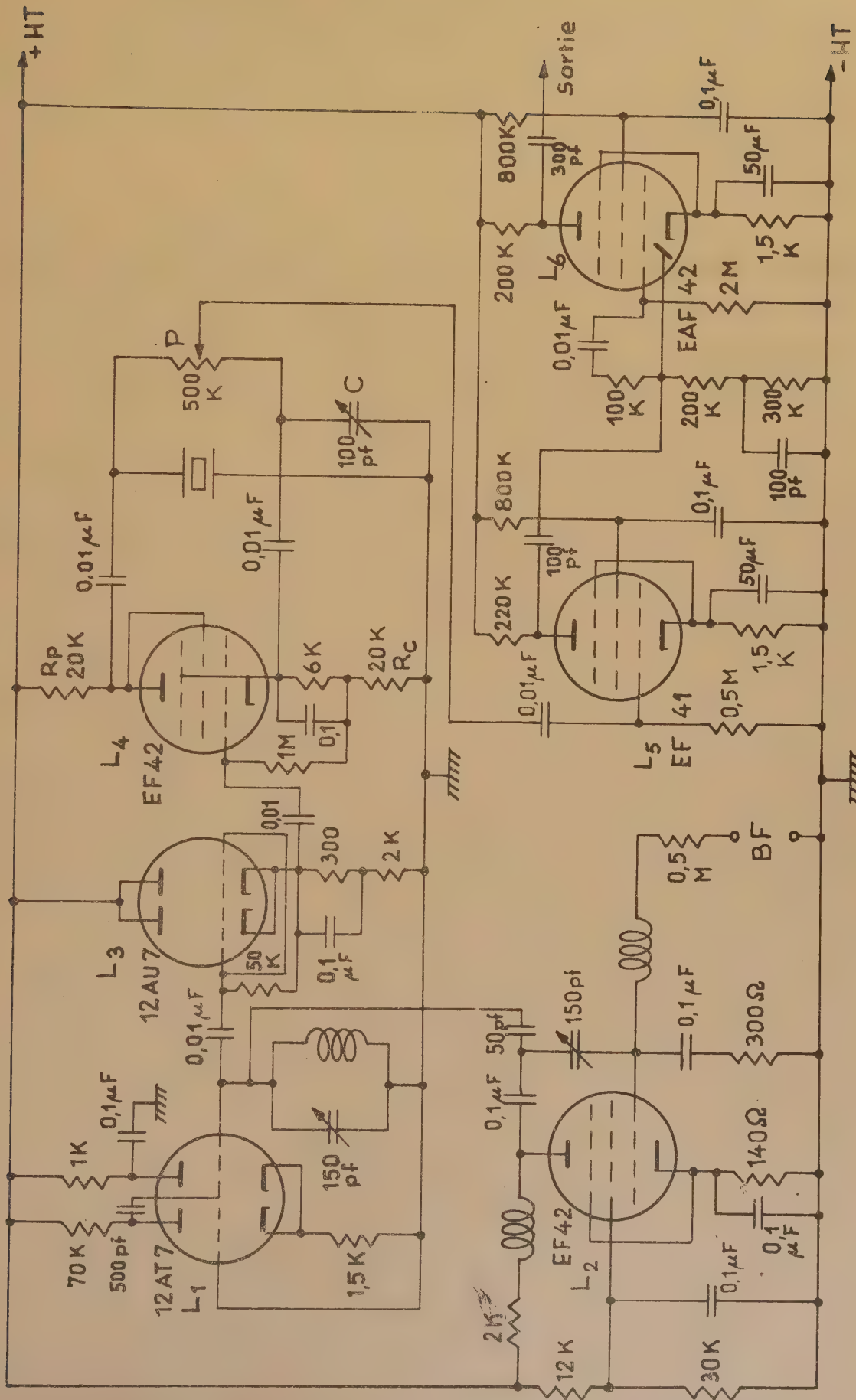


Fig. III. 14

rement la fréquence de l'oscillateur de celle du cristal, puis l'on agit sur le curseur de P et sur la petite capacité variable. Après ces réglages on ramène la fréquence de l'oscillateur vers la résonance du cristal étudié.

8) Emploi de battements basse fréquence.

La suppression de la tension d'excitation en P est avantageuse parce qu'ainsi la lampe L_5 (figure III.14) n'étant pas surchargée, amplifie correctement en HF les signaux dûs aux cristaux piézoélectriques, signaux très faibles si ceux-ci sont des grains de petite taille. Ces signaux amplifiés sont ensuite détectés par L_6 , (figure III.14) puis amplifiés en BF par L_6 . Dans ce but, on laisse une trace de la tension excitatrice de manière à avoir des battements BF. La sensibilité est ainsi très améliorée. Il serait en effet très délicat d'amplifier en haute fréquence au-delà de L_5 les faibles signaux issus des cristaux piézoélectriques parce que cette amplification devrait avoir lieu à large bande, les fréquences des divers échantillons étant souvent très différentes. Lorsqu'un cristal est très petit, l'examen direct de la tension HF sur le curseur du potentiomètre ne montre rien de très net. Au contraire, après détection, amplification BF, filtrage laissant passer seulement les battements BF à l'exclusion de toute composante continue en HF, les images sont très nettes. On peut comparer l'apparition d'un signal net obtenu à partir d'une tension très faible et souillée par le bruit de fond et des harmoniques HF de l'oscillateur, au gain de netteté analogue obtenu avec un amplificateur synchrone dans les recherches sur la résonance nucléaire. Ici nous synchronisons le balayage horizontal de l'oscillographe avec la tension BF qui provoque la modulation de fréquence.

Si l'on remplace les grains par un cristal de quartz, on obtient au point P une tension HF qui a l'aspect figuré en IV.6 et après détection et amplification BF, une tension qui a l'aspect donné en figure IV.7.

Nous venons de voir que c'est une tension dont la fréquence varie linéairement avec le temps qui excite les vibrations de nos cristaux piézoélectriques. Nous allons maintenant retrouver par le calcul comment un cristal, considéré comme un circuit résonnant, réagit à une telle excitation.

9) Théorie de l'oscillation d'un cristal piézoélectrique excité par un générateur dont la fréquence varie linéairement avec le temps.

Le schéma complet du dispositif est donné figure III.15.

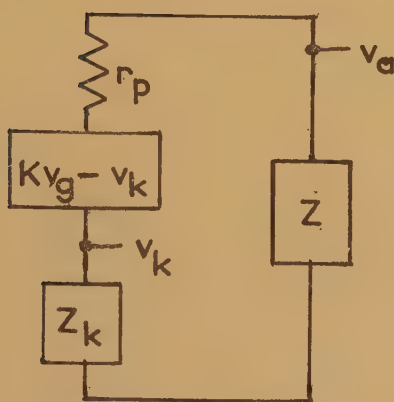


figure III.15

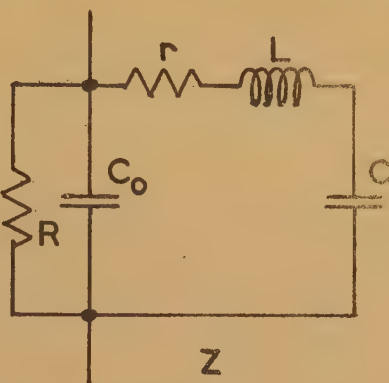


figure III.16



figure III.17

Désignant par Z_K l'impédance figurant entre la masse et la cathode de la lampe déphaseuse (voir figure III.15), par Z l'impédance de charge anodique. Z se compose de la résistance R de charge anodique, en parallèle avec l'impédance du cristal étudié représenté selon le schéma de van Dyke par l'ensemble r, L, C, C_0 (figure III.16)

Z_K se compose de la résistance R de charge cathodique en parallèle avec la capacité réglable. On donne à celle-ci la même valeur C_0 que possède la somme de la capacité propre du cristal étudié et des capacités parasites (connexions). (figure III.17) Ce réglage est décrit au paragraphe précédent.

Le schéma électronique équivalent à la lampe déphaseuse, figuré ci-dessus permet de calculer les tensions v_a sur l'anode et v_k sur la cathode.

Comme le module de l'impédance Z ne peut dépasser $\frac{1}{R}$, les expressions exactes de v_a et v_k :

$$v_a = \frac{-K Z v_g}{r_p + Z + Z_K(1 + K)} \quad (\text{III.18})$$

$$v_k = \frac{K Z_K v_g}{r_p + Z + Z_K(1 + K)} \quad (\text{III.19})$$

(où v_g est le potentiel HF de grille, K le coefficient d'amplification

et r_p la résistance interne du tube déphaseur) peuvent être remplacées par:

$$v_K \neq v_g \quad (III.20)$$

$$v_a \neq - \frac{Z}{Z_K} v_g \quad (III.21)$$

Le potentiel v du curseur du potentiomètre P réglé à mi-course est:

$$v = \frac{v_a + v_K}{2} = \frac{v_g}{2} \frac{Z_K - Z}{Z_K} \quad (III.22)$$

En passant aux notations opératoires nous obtenons:

$$v = v_g \frac{C p}{2} \frac{1}{\frac{1}{R} + p(C + C_0 + \frac{r C}{R}) + p^2(\frac{L C}{R} + r C C_0) + p^3 L C C_0} \quad (III.23)$$

Le dénominateur est un polynôme en p^3 qui se rattache à l'équation différentielle (IV.43) que nous rencontrerons au chapitre IV (page 76) lorsque nous déterminerons quelle correction l'amortissement dû à R nécessite dans les mesures du facteur de qualité. L'équation (III.23) va nous permettre de calculer la tension v due à l'oscillation d'un cristal piézoélectrique en fonction de la tension d'excitation v_g .

Nous prendrons ici la fréquence de v_g fonction linéaire du temps. Une théorie générale des phénomènes provoqués dans une impédance par une tension d'entrée de fréquence fonction linéaire de temps a été donnée par Gunnar Hok (18). Nous adopterons ici en partie ses notations.

La pulsation ω de la tension d'entrée est de la forme:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_0 + 2\varepsilon t \quad (III.24)$$

$$\text{avec } \omega = 2\pi f \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{2t} = \frac{\pi(f - f_0)}{t}$$

où f est la fréquence et ε est π fois la variation de fréquence par unité de temps.

On déduit par intégration de ω que l'angle de phase a comme expression:

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2 \quad (III.25)$$

et la tension d'excitation:

$$v_g = E e^{j\varphi(t)} = E e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)} \quad (\text{III.26})$$

Le calcul opérationnel nous a donné pour v l'équation (III.23) qui est de la forme générale (où $h(p)$ et $g(p)$ sont des polynomes en p)

$$v = \begin{bmatrix} v \\ g \end{bmatrix} \frac{g(p)}{h(p)} = \begin{bmatrix} v \\ g \end{bmatrix} \sum_{v=1}^{v=n} \frac{p_v}{h' p_v (p - p_v)} \quad (\text{III.27})$$

où $p_1, p_2, \dots, p_v$ sont les racines du dénominateur

$$h(p) = 0$$

on a alors:

$$v(p) = \sum_{v=1}^{v=n} \frac{g(p)}{h' p_v (p - p_v)} \int_{-\infty}^{+\infty} E e^{j(\omega_0 T + \varepsilon T^2)} e^{-pT} dT \quad (\text{III.28})$$

la transformation inverse de Laplace donne:

$$v(t) = \sum_{v=1}^{v=n} \frac{g(p_v)}{h' (p_v)} \int_{-\infty}^t E e^{j(\omega T + \varepsilon T^2)} e^{p_v (t - T)} dT \quad (\text{III.29})$$

En introduisant la variable

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{1}{2} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} j(\omega_0 - p_v) + j \varepsilon^{\frac{1}{2}} T$$

et en remarquant que si γ est porté en dehors de l'intégrale (III.29), T est remplacé par t , on obtient enfin:

$$v(t) = E e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)} \sum_{v=1}^n \frac{g(p_v)}{\frac{1}{2} h'(p)} F_r(\gamma) \quad (\text{III.30})$$

où $F_r(\gamma)$ représente l'intégrale de Fresnel

$$F_r(\gamma) = -j e^{j\gamma r^2} \int_{0-j\infty}^{\gamma} e^{-j\gamma r^2} d\gamma$$

Dans notre cas particulier d'un cristal piézoélectrique unique le dénominateur $h(p)$ dans (III.23) est du troisième degré et le calcul rigoureux serait très compliqué. Mais l'on connaît une valeur approchée des racines de $h(p)$ (voir équation (IV.45-48) page 76) et il en résulte (grâce à la valeur élevée du facteur de surtension et au fait que la fréquence s'éloigne peu de $\omega_0/2\pi$ que la fonction $\frac{g(p)}{h(p)}$ peut s'écrire sous la forme approchée

$$\frac{c_{te}}{p + \frac{\omega_0}{2Q} - j\omega_0} = \frac{c_{te}}{p + \gamma - j\omega_0} \quad (\text{III.31})$$

voir page 62 équation IV.6

On a donc:

$$v = \frac{E}{4\sqrt{\varepsilon}} e^{j(\omega_0 t + \frac{1}{2} t^2)} F_r(\gamma) \quad (\text{III.32})$$

avec

$$\gamma = \frac{\omega_0}{2Q} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + j \varepsilon^{\frac{1}{2}} t = \frac{\delta}{2} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + j \varepsilon^{\frac{1}{2}} t \quad (\text{III.33})$$

En représentant $\frac{v}{E} \frac{4\sqrt{\varepsilon}}{1}$, c'est à dire l'amplitude de la fonction $F_r(\gamma)$, en fonction de $\beta = \sqrt{\varepsilon} t$, on obtient les différentes courbes de la figure (III.17) pour différentes valeurs de α

$$\alpha = \frac{\delta}{2\sqrt{\varepsilon}} = \frac{\omega_0}{2Q\sqrt{\varepsilon}} \quad (\text{III.34})$$

La ressemblance des courbes calculées (figure III.18) et de celles que nous avons photographiées (figure III.19) est frappante.

Il faut remarquer que la figure III.19 a été prise sur le curseur du potentiomètre P, c'est à dire avant détection. Elle contient donc deux images symétriques par rapport à l'axe Ot.

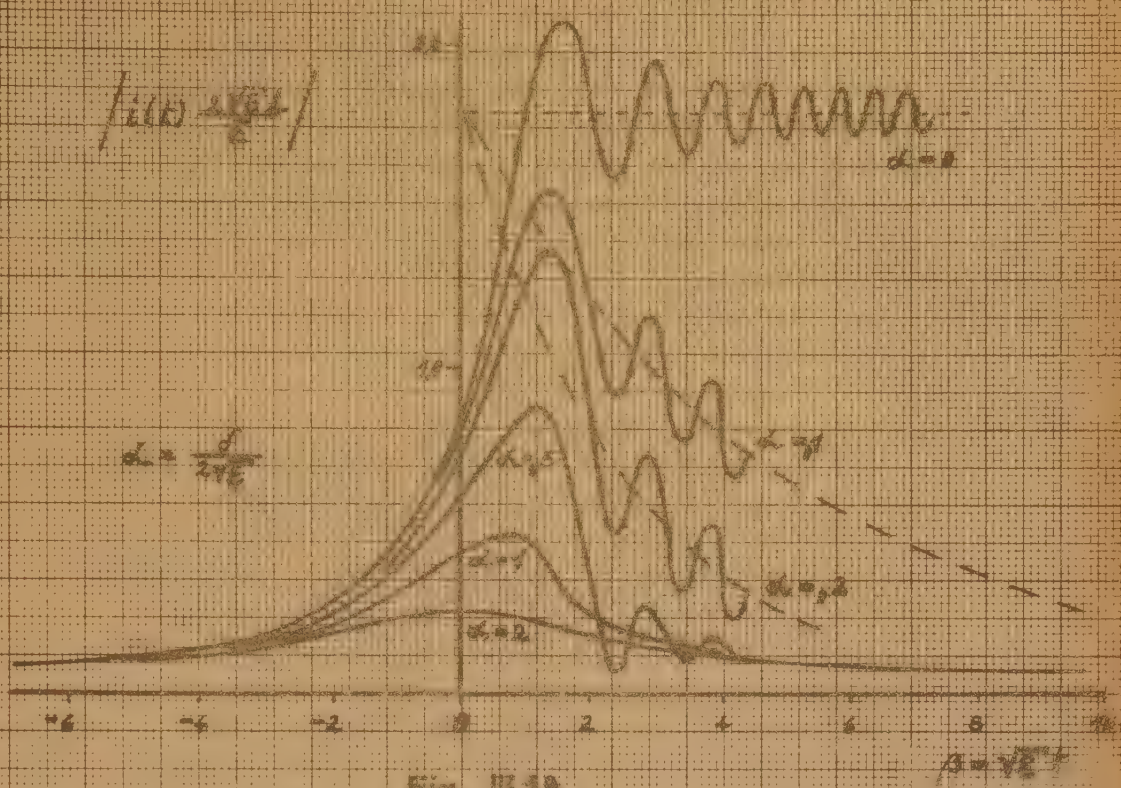


Fig. III 18

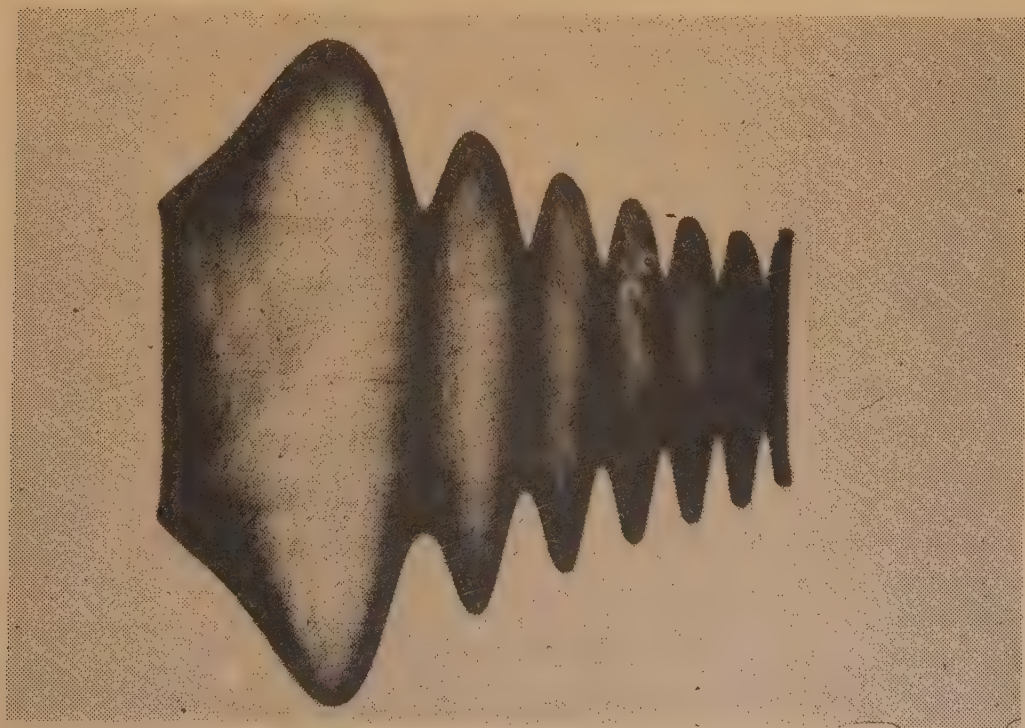


Fig III 19

10) Résultats.

Le dispositif décrit dans ce chapitre a permis avec une modulation de fréquence linéaire:

a) de vérifier expérimentalement la théorie de Gunnar Hok (voir chapitre III.9)

On obtient en effet des courbes comme celle présentée figure III.19. qui a tout à fait l'aspect des courbes calculées par Hok (figure III.18).

On obtient facilement ce genre de courbes sur l'écran de l'oscillographe cathodique en branchant ce dernier au curseur du potentiomètre P après avoir bien réglé le point zéro à l'aide du potentiomètre P et de la petite capacité variable c (figure III.14)

b) de déceler la piézoélectricité après détection et amplification BF des battements, comme il a été dit page 42.

Ceci peut se faire avec une très haute sensibilité. En effet, nous avons réussi à déceler déjà la piézoélectricité chez des grains de phosphate monoammonique et chez d'autres cristaux de l'ordre de grandeur d'un dixième de mm.

c) d'estimer le facteur de qualité.

Les variations de l'amplitude de V en fonction du temps sont dues aux oscillations des intégrales de Fresnel

$$\xi = \int_0^u \cos \frac{\pi u^2}{2} du \quad (\text{III.35})$$

$$\eta = \int_0^u \sin \frac{\pi u^2}{2} du \quad (\text{III.36})$$

Les variations amorties existent même lorsque l'amortissement est nul ($Q = \infty$, $\alpha = 0$) et disparaissent s'il est fort; leur emploi ne paraît guère indiqué pour mesurer le facteur de qualité.

La théorie donnée au § 9 permettrait de calculer des diagrammes (amplitude-temps) dont la confrontation avec les courbes photographiées permettrait en principe de tirer le facteur de qualité. Malheureusement, d'une part une telle comparaison graphique ne serait pas précise, et d'autre part les calculs nécessaires sont extrêmement

laborieux.

Par contre, l'amplitude HF moyenne de V décroît exponentiellement lorsque l'on s'éloigne suffisamment du maximum. C'est ce que montrent les courbes pointillées de la figure III.18., extraite d'un article de Hok (18).

Pour pouvoir utiliser une partie de l'oscillation de V déjà éloignée du maximum, en gardant une sensibilité suffisante, nous avons opéré au moyen de battements BF. Le potentiomètre P est légèrement déréglé et il en résulte après détection une tension BF due au battement entre la tension d'oscillation du cristal et une tension provenant de V_g . Si le dérèglement de P est convenable, et la pulsation ω du générateur assez différente de la pulsation propre du cristal, on observe bien en effet en BF une oscillation amortie. L'amortissement de cette oscillation BF est proportionnel à l'amortissement de la tension HF v (voir chapitre V). Il est donc légitime d'essayer de mesurer Q avec le balayage linéaire de fréquence.

Des mesures effectuées sur le quartz donnent des résultats compatibles avec ceux de la méthode de la modulation de fréquence par l'échelon unité. Par exemple un quartz S F R de 472 KHz mesuré dans le vide à la température ordinaire, donne d'après cette méthode

$$Q = 68700.$$

Avec le même cristal la méthode de la modulation de fréquence avec un échelon unité nous a donné $Q = 63200$.

Les réglages ne sont pas très stables et leur choix est relativement arbitraire, aussi avons nous rejeté cette méthode pour les mesures précises de Q .

CHAPITRE IV

Méthode de la variation brusque de fréquence.

1) Méthodes antérieures de mesure de Q .

Pour déterminer le facteur de qualité Q d'un quartz, on emploie le plus souvent deux méthodes: la méthode du circuit non accordé et la méthode du circuit accordé (méthode de la crevasse) utilisée pour la première fois par Cady (26).

Dans les deux méthodes, le quartz est branché en parallèle sur un circuit oscillant qui est couplé lâchement à un générateur d'excitation. On mesure, en fonction de la fréquence d'excitation, le courant HF dans le circuit oscillant à l'aide d'un thermocouple à fils croisés ou, ce qui est mieux, la tension aux bornes du quartz à l'aide d'un volt-mètre électronique. On a donc le simple schéma suivant (figure IV.1.)

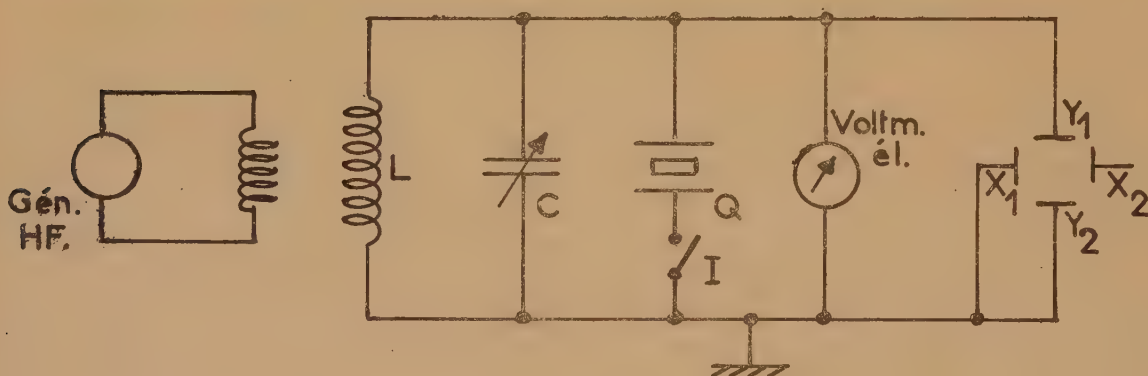


figure IV.1.

La différence entre ces méthodes consiste en ce que dans la première on choisit C et L du circuit oscillant de telle manière que sa fréquence soit beaucoup plus grande (une vingtaine de fois par exemple) que celle du quartz. Comme le quartz représente en même temps un circuit oscillant série et parallèle, on obtiendra, en excitant le quartz deux points de résonance (résonance et antirésonance). La détermination de la fréquence de ces deux points ainsi que la mesure de la ten-

sion à ces deux points donnent la possibilité de déterminer le "Q" du quartz d'après la méthode du circuit non accordé en appliquant la formule suivante:

$$Q = \frac{f_r}{f_r - f_a} \sqrt{\frac{V_r}{V_a}} \quad (\text{IV.1})$$

où f_r et f_a signifient respectivement la fréquence série (résonance) et la fréquence parallèle (antirésonance) et V_r et V_a les tensions correspondantes à ces deux fréquences.

Cette méthode simple a trois désavantages: d'abord la fréquence de résonance est très rapprochée de celle d'antirésonance (quelques Hertz seulement pour un quartz d'un grand Q); ensuite le point d'antirésonance est flou. Enfin, la réaction de la bobine de couplage sur le générateur est prononcée.

Comme nous allons le voir, ces trois inconvénients n'existent pas pour la méthode de la crevasse. C'est pour ces raisons qu'au chapitre VI nous avons choisi la méthode de la crevasse comme méthode de comparaison. Nous avons ainsi accepté un appareillage plus compliqué et des mesures plus longues.

Dans la méthode de la crevasse (27) (figure IV.1.) un oscillateur de tension de sortie et de fréquence très stables, est couplé lâchement à un circuit oscillant qui est accordé sur la fréquence du quartz branché en parallèle sur ce circuit. Le principe de cette méthode est le suivant:

Lorsqu'on est loin de la résonance du quartz, son impédance est grande et il a comme seul effet d'ajouter une petite capacité en parallèle sur celle du circuit oscillant. A la fréquence de résonance du quartz, l'impédance de ce dernier est réduite à sa résistance ohmique qui peut être de l'ordre de grandeur de quelques centaines et même de quelques dizaines d'ohms pour un quartz de bonne qualité. L'impédance du circuit oscillant se réduit alors à une très petite valeur pour la fréquence de résonance du quartz ce qui donne naissance à une crevasse dans la courbe représentant le module de l'impédance du circuit oscillant en fonction de la fréquence. On sait que ce phénomène est à la base de la méthode la plus exacte pour déterminer la fréquence de résonance d'un quartz.

Si l'on rend maintenant la fréquence propre du circuit oscillant égale à la fréquence du quartz, la courbe d'impédance devient symétrique par rapport à la crevasse. La courbe d'impédance ou, ce qui revient au même, la tension aux bornes du quartz, en fonction de la fréquence, prend alors la forme suivante (figure IV.2.)

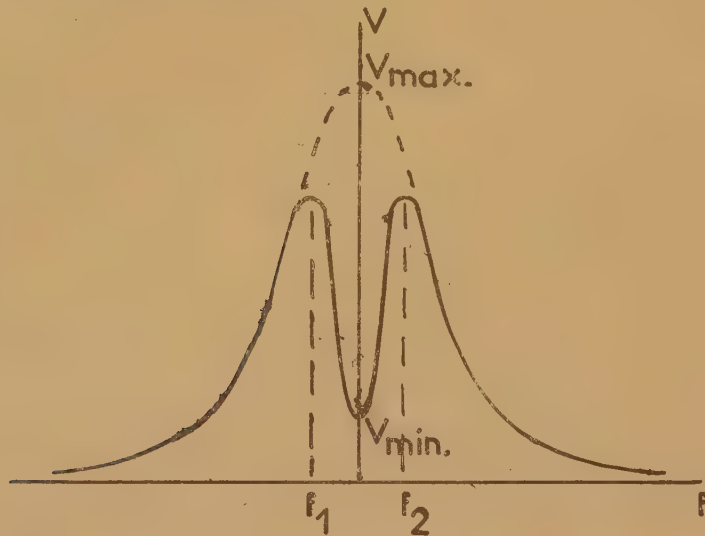


figure IV.2.

Cette courbe est plus facile à utiliser que lorsqu'il n'y a pas de symétrie. Elle peut servir à l'aide de mesures supplémentaires pour déterminer toutes les constantes du circuit équivalent du quartz. Nous l'avons utilisée pour déterminer le Q d'un quartz. On a alors à faire à deux circuits couplés et on démontre facilement (27) que dans ce cas le Q du quartz est donné par la formule:

$$Q = \frac{1}{Q_0} \left(\frac{f_r}{f_1 - f_2} \right)^2 \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \quad (\text{IV.2})$$

où Q_0 est le facteur de surtension du circuit oscillant

f_r la fréquence de résonance du quartz

f_1 et f_2 les fréquences des deux cornes qui prennent naissance à cause de la crevasse.

$V_{\min}$ est la tension au fond de la crevasse

et $V_{\max}$ la tension du circuit oscillant à la résonance sans présence du quartz.

Nous décrirons au chapitre VI les différentes parties de l'appareil réalisé, la manière dont ont été effectuées les mesures, enfin nous

donnerons leurs résultats qui nous ont servi de contrôle pour la méthode originale que nous décrivons ci-dessous.

La méthode de la crevasse ne nous ayant donné au prix de mesures très laborieuses que des résultats peu précis et difficilement reproductibles, nous avons cherché à modifier la méthode de recherche de la piézoélectricité décrite au chapitre précédent de manière à lui permettre de nous donner la valeur des facteurs de qualité. Nous décrivons maintenant la méthode originale que nous avons élaborée.

2) Principe de la méthode de la variation brusque de fréquence.

Nous avons remarqué que la chute presque verticale du signal en dents de scie donne facilement naissance à une oscillation HF amortie du cristal. Or une oscillation exponentiellement amortie permet (voir chapitre V) de déterminer Q très simplement.

Nous avons alors substitué à la modulation linéaire de fréquence une modulation par un échelon unité pour bénéficier des deux avantages suivants:

a) réglages aisés et stables.

b) la théorie des phénomènes est facile et donne la possibilité d'évaluer Q aussi bien par des mesures en HF avec des échantillons favorables que par des mesures en BF avec de très petits échantillons, ce que l'expérience a pleinement confirmé, comme nous le verrons plus loin.

Nous allons donc remplacer le signal modulateur en dents de scie par un signal périodique en créneaux rectangulaires. La fréquence de l'oscillateur ne sera plus modulée linéairement, mais variera brusquement, modulée par une succession d'échelons unités de Heaviside alternativement positifs et négatifs. Elle prendra donc au cours du temps les valeurs $f_1, f_2, f_3, f_4 \dots$

On sait qu'en général le régime transitoire révèle plus aisément la nature physique des phénomènes que le régime stationnaire, et que l'analyse des phénomènes transitoires à l'aide de la fonction rampe est plus compliquée qu'à l'aide de l'échelon unité (28).

Le changement brusque de fréquence a des applications techniques importantes dans la télégraphie, dans la transmission de la télévision par relais etc. C'est pourquoi la modulation brusque de fréquence produite par l'échelon unité de Heaviside a été étudiée récemment dans deux publications (29) et (30), dont la seconde surtout nous a été utile.

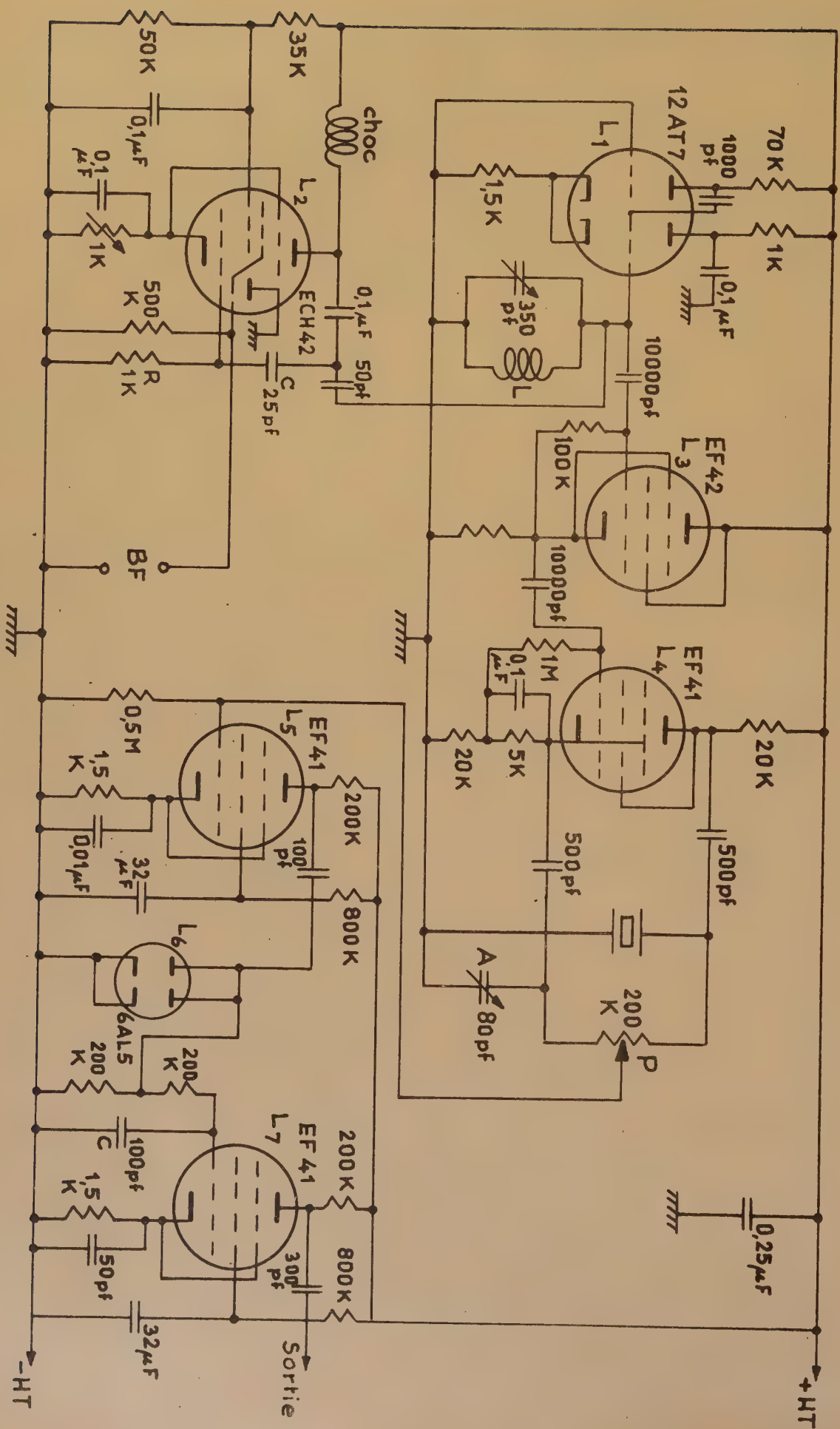


Fig. IV. 3

3) Appareillage employé.

Le schéma général de principe a été donné figure III.12. page 37.
Le schéma détaillé du nouveau montage est donné figure IV.3. page 54.

a) L'oscillateur.

La lampe L_1 fonctionne en oscillateur HF de Létienne, comme déjà dit au chapitre III.

Cet oscillateur est assez stable et fournit des oscillations énergiques, mais sa stabilité n'est plus suffisante quand il s'agit d'obtenir de très petites variations de fréquence. Dans ce cas, nous avons utilisé un oscillateur transitron dont la stabilité de fréquence se rapproche beaucoup de celle d'un quartz, et que nous représentons figure IV.4.

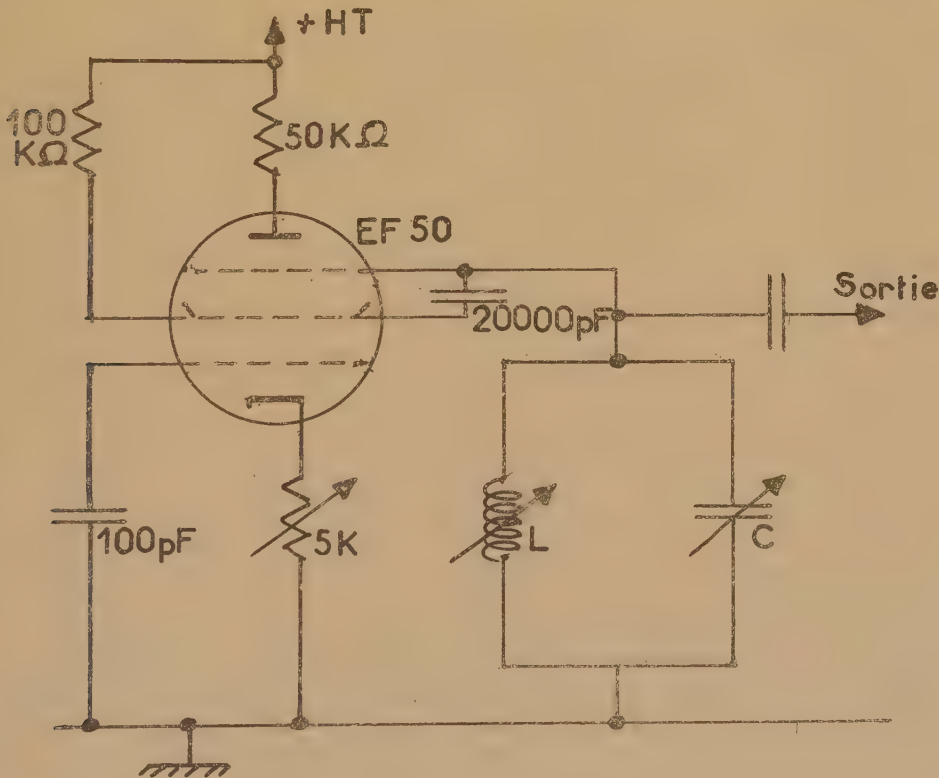


figure IV.4.

b) La modulation de fréquence.

Ces oscillations sont modulées en fréquence par une lampe de glissement L_2 dont la grille G_3 est attaquée par un multivibrateur à l'endroit marqué BF. Il a été nécessaire de relier l'oscillateur par

le déphaseur RC et la source de BF à 2 grilles différentes de L_2 pour faire varier sa pente sans que l'oscillateur se synchronise sur la fréquence du cristal piézoélectrique, et pour pouvoir arrêter par une capacité élevée la tension continue à la sortie du multivibrateur.

Pour faire varier brusquement la pente de la lampe de glissement, donc la fréquence, nous avons utilisé un multivibrateur (31) représenté figure IV.5. page 57.

Celui-ci est un multivibrateur classique qui peut être synchronisé par une tension appliquée sur la cathode de la lampe L_1 . La grille est reliée au pôle positif de la haute tension par le potentiomètre P. En variant son potentiel à l'aide de P on arrive à changer la période du multivibrateur dans un rapport de 10 à 1. On obtient un rapport plus élevé en changeant en même temps, à l'aide d'un commutateur, les deux condensateurs branchés entre la grille et l'anode. C'est aux fréquences basses du multivibrateur (environ 100 Hz) que les images obtenues sur l'écran de l'oscillographe cathodique sont les plus stables. La lampe L_3 a pour but d'écarter les irrégularités pointues caractéristiques des multivibrateurs et dues surtout à la polarisation positive de la grille au moment où le condensateur se charge. Cet écrêtage est obtenu en polarisant négativement la lampe L_3 qui arrive au cut-off pour les pointes négatives du multivibrateur. La variation d'amplitude des rectangles peut être obtenue par la variation des résistances des cathodes ou à l'aide du potentiomètre de sortie S.

c) Dispositif compensateur.

Ce dispositif a déjà été décrit au chapitre III.

d) Détection et observation en BF.

Le condensateur c et la résistance r de la diode détectrice sont choisis de sorte que l'enveloppe de la courbe HF soit fidèlement reproduite. On observera en BF sur l'anode de L_7 une courbe de même forme que l'enveloppe de la tension HF recueillie sur le curseur de P, mais avec une amplitude beaucoup plus grande, ce qui est important quand on a à faire à des cristaux faiblement piézoélectriques.

Nous avons vu précédemment (page 42, chapitre III) l'intérêt de l'emploi des battements BF.

e) Exemples de phénomènes observés.

Quelques images obtenues sur l'écran de l'oscillographe

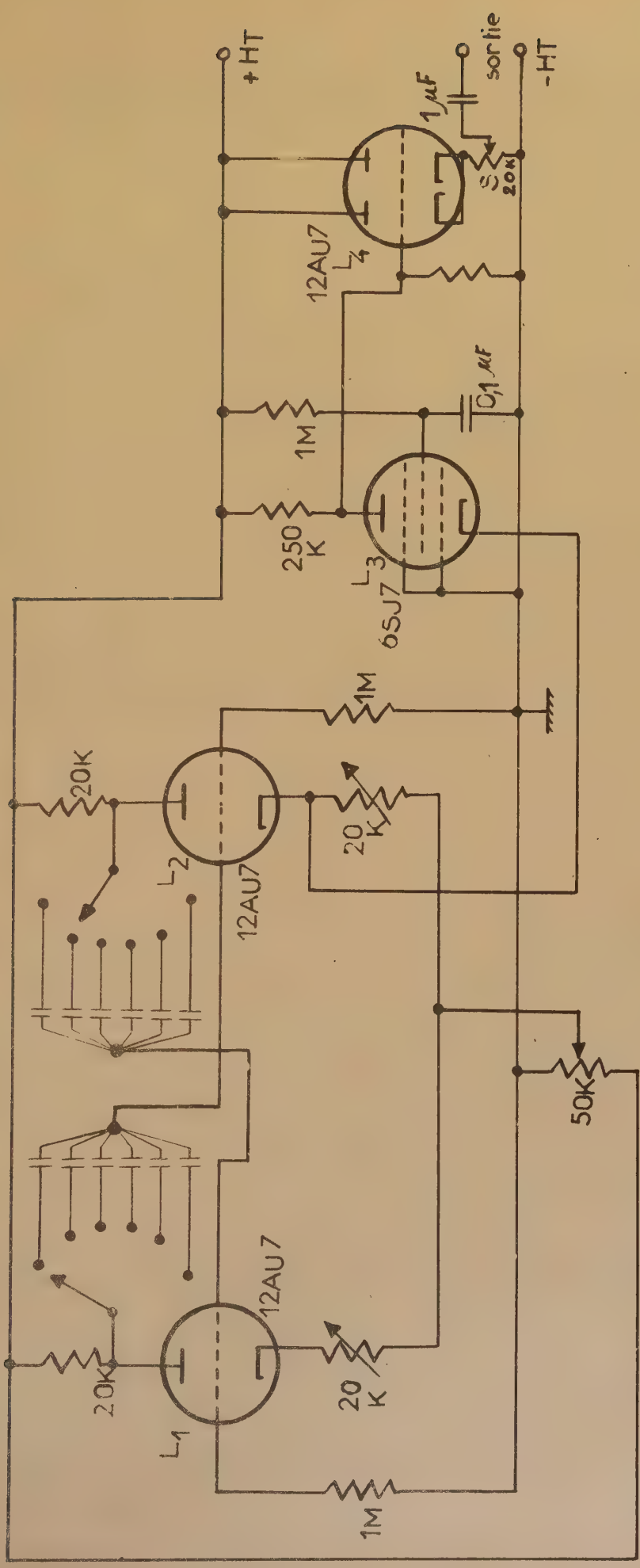


Fig. IV.5

cathodique avec des cristaux piézoélectriques, à l'aide de ce montage, sont données figures IV.6, IV.7, IV.8, IV.9, IV.10 pages 59, 60.

La figure IV.6. représente, pour un quartz de 1 Mhz, l'image de la tension HF sur le curseur du potentiomètre P lorsqu'on amène la fréquence de l'oscillateur variable au voisinage de la fréquence propre du quartz. La méthode pour calculer le Q du cristal piézoélectrique à partir de la courbe photographiée sera indiquée plus loin (chapitre V). Pour le quartz en question on obtient correction faite $Q = 65.500$.

La figure IV.7. donne une image relative au même quartz après détection et amplification. On voit que l'allure de l'enveloppe de la courbe est la même qu'en HF. On peut déterminer le Q du quartz à partir de cette courbe aussi bien qu'à partir de la courbe précédente.

Les figures IV.8. et IV.9. représentent les images dues à deux cristaux de quartz de même fréquence (472 kHz) mais de facteurs de surtension différents.

Pour la figure IV.8. on a après correction $Q = 23.800$

Pour la figure IV.9. le Q une fois corrigé est:

$Q = 63.200$.

On voit qu'à des Q différents correspondent des images différentes.

Enfin nous arrivons au cas le plus intéressant. Nous donnons en figure IV.10 l'image obtenue avec un petit cristal de sel de Seignette ($\text{NaOOC.CHOH.CHOH.COOK.4H}_2\text{O}$). Cette image a été photographiée après détection et amplification à la sortie de notre montage. Cette fois-ci nous avons pris l'image après détection parce que son amplitude était trop faible en haute fréquence. Une plus grande amplification en haute fréquence serait beaucoup plus délicate à réaliser et l'on n'arrive pas à avoir une image nette. Mais ce qui est plus intéressant pour cette dernière image, c'est que nous l'avons obtenue, non pas à partir d'un cristal bien taillé, mais à partir d'un petit grain d'une forme quelconque. Dans ce but nous introduisons quelques dizaines de grains entre les plaques d'un condensateur plan qui se trouve dans une enceinte où l'on peut faire un vide d'environ 0,1 mm Hg (voir figure III.11. page 33). Ces grains sont de différentes dimensions et de l'ordre de grandeur de 1 mm. Lorsqu'on branche à la place du quartz le condensateur qui contient les grains et lorsqu'on change doucement la fréquence de l'oscillateur, on arrive après quelques réglages à

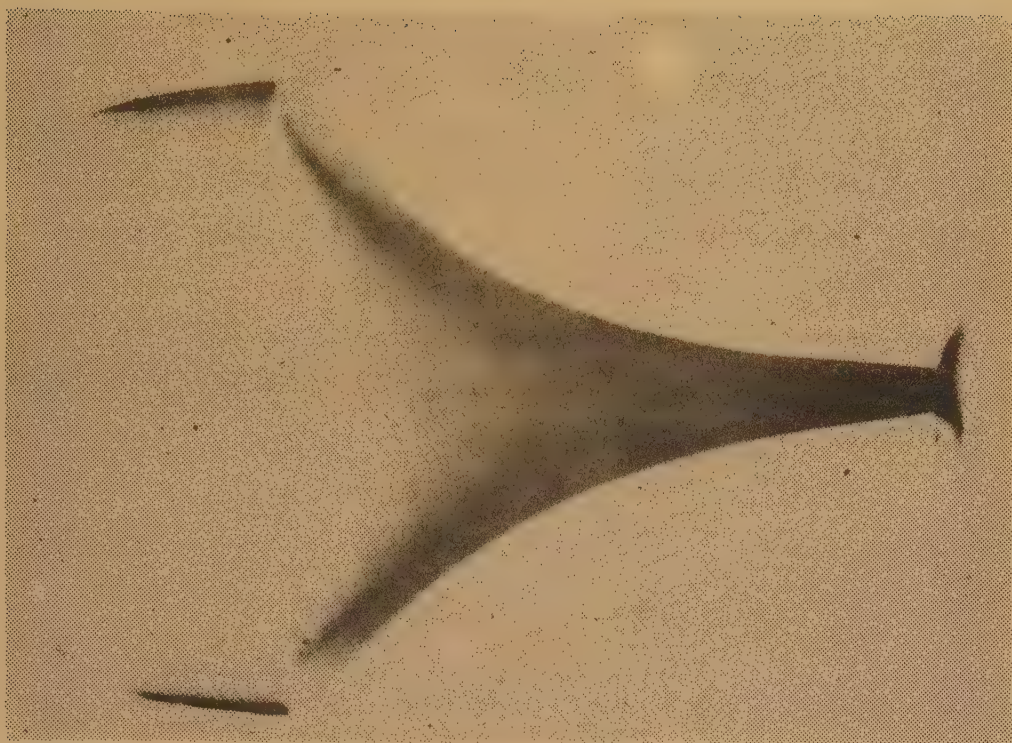


Fig. IV.6

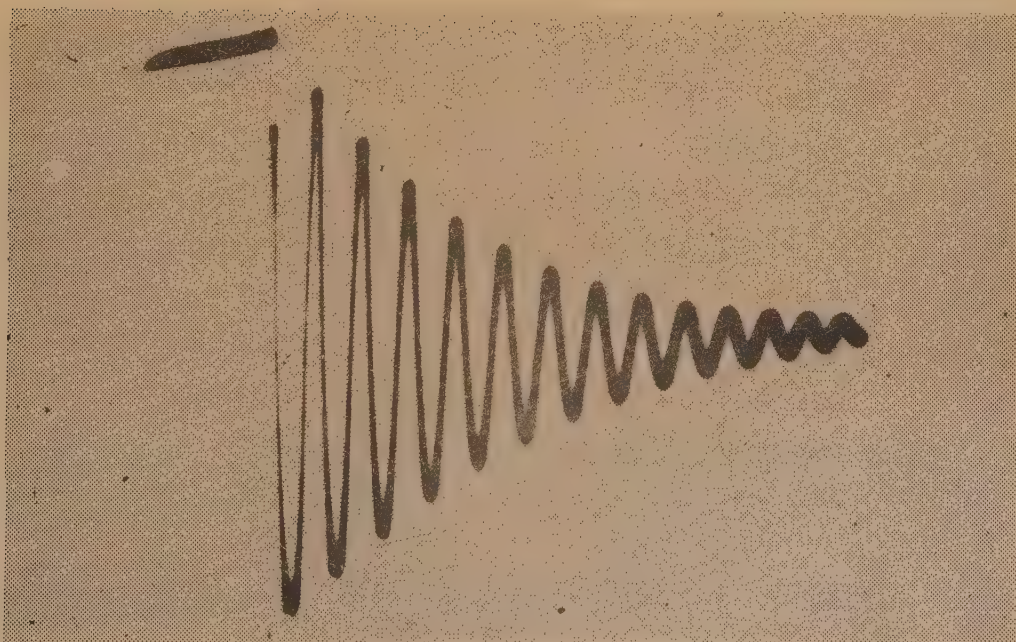


Fig. IV.7



Fig IV 8

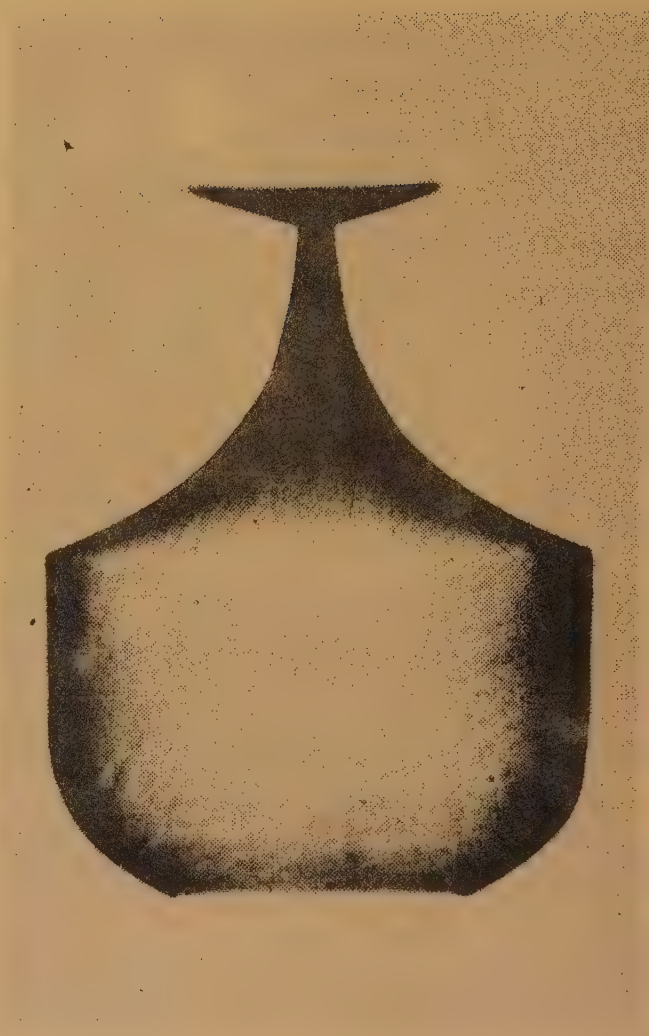


Fig IV 9

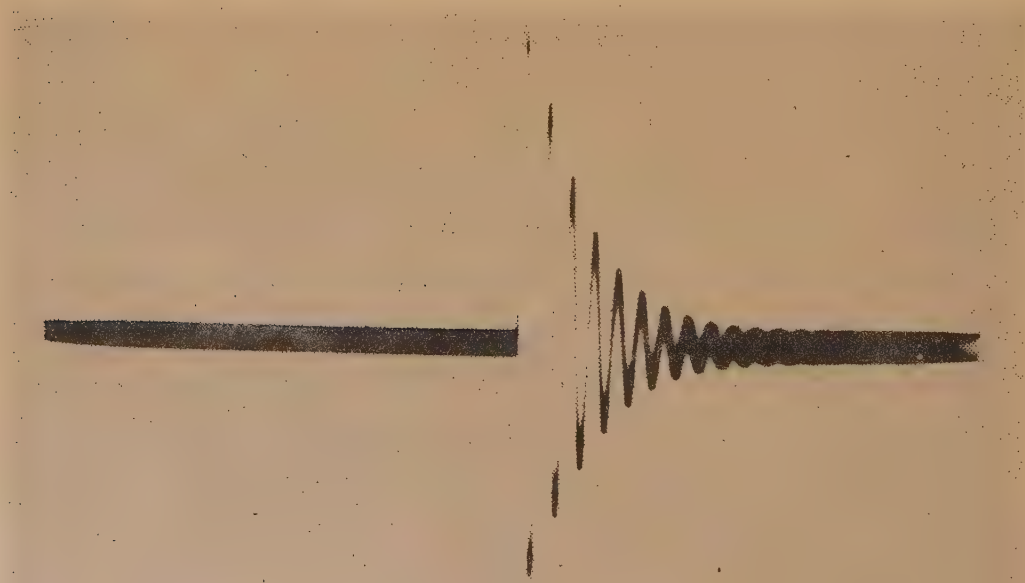


Fig IV 10

avoir une image comme celle de la figure IV.10. En effet, quand on rapproche la fréquence du générateur de la fréquence propre d'un grain, celui-ci entre en résonance sous l'action du générateur et donne naissance, avec les oscillations du générateur, à des battements dont on obtient l'image représentée figure IV.10.

Nous montrons chapitre V que l'amortissement observé est le même en basse fréquence qu'en haute fréquence.

4. Théorie des phénomènes observés.

Modulons par un échelon unité à l'instant $t = 0$ la fréquence de la tension sinusoïdale de notre oscillateur.

Soit ω_1 la pulsation de cette tension quand t est négatif et ω_2 sa pulsation quand t est positif. Prenons son amplitude égale à l'unité de tension. Pour des raisons de continuité il faut que la phase reste la même pendant le changement de fréquence. Nous pouvons la considérer égale à zéro.

Nous pouvons considérer le changement brusque de fréquence comme une modulation d'amplitude. Nous allons en effet décrire la tension grille de la lampe déphaseuse sous la forme:

$$E = e^{j\omega_1 t} + 1(t) \left[e^{j\omega_2 t} - e^{j\omega_1 t} \right] \quad (IV.3)$$

où le premier terme du membre de droite représente un régime permanent pour $t > 0$ et $t < 0$. Le second terme du même membre représente un changement d'amplitude dû à l'application de l'échelon unité où:

$$\begin{aligned} 1(t) &= 0 && \text{pour } t < 0 \\ 1(t) &= 1 && \text{pour } t > 0 \end{aligned}$$

Ce qui nous intéresse est seulement le régime transitoire, nous allons étudier ce régime par la transformation de Laplace.

Le second terme du deuxième membre de (IV.3,) est:

$$L \left[1(t) (e^{j\omega_2 t} - e^{j\omega_1 t}) \right] = \frac{1}{p - j\omega_2} - \frac{1}{p - j\omega_1} \quad (IV.4)$$

Il nous reste à connaître la fonction de transfert donnant la grandeur de sortie $[v]$, tension sur le curseur du potentiomètre P, en fonction de la grandeur d'entrée, tension sur la grille de la lampe déphaseuse.

A cet effet, la relation entre la tension d'entrée $E = v_g$ et la tension de sortie v établie au chapitre III (équation III.23, page 44) reste valable ici.

Le dénominateur du membre de droite a trois racines qui sont sensiblement: $p_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0$ $p_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} - j\omega_0$ $p_3 = -\frac{\omega_0}{Q_1}$

avec $\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{C}{C + C_0} \frac{1}{Q_1}$; $Q_0 = \frac{L\omega_0}{r}$, $Q = RC_0\omega_0$

(voir équations IV.44, IV.48).

On peut donc écrire:

$$[v] = [E] \frac{P}{2LC_0(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)} \quad (IV.5)$$

ou, approximativement, puisque l'on n'opère pas très loin de la résonance (ω voisin de ω_0 tel que $LC_0\omega_0^2 = C + C_0$):

$$[v] = [E] \frac{1}{2LC_0^2 j\omega_0(p + \frac{\omega_0}{2Q} - j\omega_0)} \quad (IV.6)$$

comme seul le régime transitoire nous intéresse, remplaçons $[E]$ par l'expression (IV.4) et posons $\frac{\omega_0}{2Q} = \alpha$

$$[v] = \frac{c^{te}}{p - j\omega_0} \left[\frac{1}{p - j\omega_2} - \frac{1}{p - j\omega_1} \right] \quad (IV.7)$$

Un tableau des transformations de Laplace montre que l'original de cette expression est

$$v(t) = c^{te} \left[\frac{e^{j\omega_2 t} - e^{(j\omega_0 - \alpha)t}}{\alpha - j(\omega_0 - \omega_2)} - \frac{e^{j\omega_1 t} - e^{(j\omega_0 - \alpha)t}}{\alpha - j(\omega_0 - \omega_1)} \right] \quad (IV.8)$$

posons $\frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha} = x_1$ $\frac{\omega_2 - \omega_0}{\alpha} = x_2$ et $\alpha t = \theta$

et ajoutons à la tension en régime permanent celle qui représente le régime stationnaire, nous obtenons:

$$v(t) = c^{te} e^{j\omega_0 t} \left[\frac{e^{jx_2 \theta}}{1 + jx_2} + e^{-\theta} \left(\frac{1}{1 + jx_1} - \frac{1}{1 + jx_2} \right) \frac{e^{jx_1 \theta}}{1 + jx_1} + e^{jx_1 \theta} \right] \dots (IV.)$$

L'amplitude E_s de la tension de sortie: ($E_s = v(t) e^{-j\omega_0 t}$) est finalement:

$$E_s = \frac{1}{1 + j x_2} e^{j x_2 \theta} + \left(\frac{1}{1 + j x_1} - \frac{1}{1 + j x_2} \right) e^{-\theta} \quad (\text{IV.10})$$

Cette équation va nous donner la variation de l'amplitude en fonction du temps, variation que nous pouvons utiliser pour déterminer le facteur de qualité des cristaux piézoélectriques.

Pour étudier la variation d'amplitude nous transformons l'équation (IV.10) de la manière suivante:

A l'aide de la formule d'Euler nous obtenons:

$$E_s = \frac{\cos x_2 \theta - x_1 \sin x_2 \theta + j \left[(x_2 - x_1) e^{-\theta} + x_1 \cos x_2 \theta + \sin x_2 \theta \right]}{(1 + j x_1) (1 + j x_2)} \quad (\text{IV.11})$$

d'où l'on obtient pour l'amplitude la valeur:

$$E_s = \frac{1}{(1 + x_1^2)(1 + x_2^2)} \sqrt{1 + x_1^2 + (x_2 - x_1)^2 e^{-2\theta} + 2(x_2 - x_1)(x_1 \cos x_2 \theta + \sin x_2 \theta e^{-\theta})} \quad (\text{IV.12})$$

La forme de l'image obtenue sur l'écran de l'oscillographe cathodique varie beaucoup suivant la position des fréquences f_1 et f_2 par rapport à la fréquence propre f_0 du cristal de quartz ou d'un autre cristal piézoélectrique.

On se rappelle que ω_0 est la pulsation du quartz, ω_1 la pulsation de notre générateur HF au moment où l'on applique l'échelon unité ($t = 0_-$) ω_2 la pulsation du générateur aussitôt après l'application de l'échelon unité ($t = 0_+$).

Comme nous pouvons varier la fréquence de notre oscillateur, nous pouvons faire coïncider avec la pulsation ω_0 du quartz soit ω_1 soit ω_2 . Nous pouvons aussi ajuster sa fréquence de sorte que la pulsation du quartz ω_0 soit exactement au milieu de ω_1 et ω_2 ($2\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$)

Nous distinguerons donc pour simplifier l'étude de la variation d'amplitude donnée par l'équation IV.12. les trois cas particuliers suivants:

1) nous faisons coïncider ω_0 avec ω_1 , donc $x_1 = 0$. Nous avons alors le schéma figure 11a.

2) nous faisons, figure 11b, coïncider ω_0 avec la fréquence située au milieu entre ω_1 et ω_2 . Donc $\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ et $x_1 = -x_2$.

3) enfin nous faisons coïncider ω_0 avec ω_2 , donc $x_2 = 0$

(figure 11c).

Nous avons donc les schémas suivants:

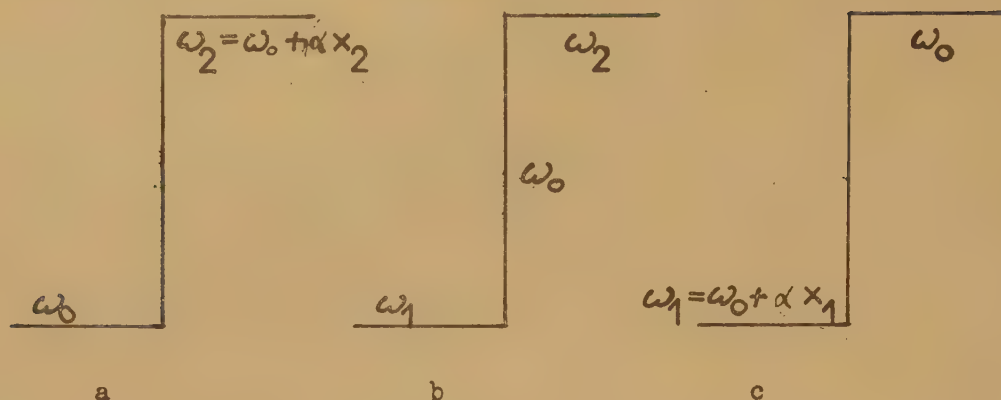


figure IV.11.

a) Premier cas.

Le cas représenté en figure IV.11a nous donne tout de suite la possibilité de calculer le Q d'un cristal piézoélectrique. C'est le cas le plus important.

Pour l'étudier, nous faisons dans l'équation (IV.12) $x_1 = 0$ et, comme il ne reste que x_2 , seul nous le nommerons x . On obtient:

$$E_s = \sqrt{\frac{1 + 2x e^{-\theta} \sin x \theta + x^2 e^{-2\theta}}{1 + x^2}} \quad (IV.13)$$

Pour étudier l'enveloppe de cette courbe, nous observerons que la racine du numérateur est un carré parfait, à savoir:

$$E_s = \frac{1 \pm x e^{-\theta}}{\sqrt{1 + x^2}} \quad (IV.14)$$

si l'on a:

$$\sin x \theta = \pm 1 \quad (IV.15)$$

donc:

$$x \theta = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \quad \text{avec } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Comme le terme de l'équation (IV.13) qui contient le sinus représente la partie ondulante de l'enveloppe de la courbe, l'équation (IV.15) va représenter les minimas et les maximas relatifs de cette enveloppe. De l'équation (IV.14) il s'ensuit qu'un minimum de E_s est nul quand $\theta = \text{Log } x$.

La ligne moyenne passant à mi-chemin entre les maxima et les minima correspond à :

$$\sin x \theta = 0 \quad (IV.16)$$

C'est sur la ligne de crêtes :

$$E_n = \pm \frac{1 + x e^{-\theta}}{\sqrt{1 + x^2}} \quad (IV.17)$$

obtenue en choisissant dans (IV.14) le signe +, que nous voulons insister. En effet c'est elle que nous utilisons pour nos mesures de Q parce qu'elle est bien visible sur les clichés (voir par exemple figure IV.6).

Pour

$$\theta = 0$$

$$E_s = \pm \frac{1 + x}{1 + x^2} \neq 1$$

car

$$x \gg 1$$

Pour

$$\theta = \infty$$

$$E_s = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \neq 0$$

car

$$x \gg 1$$

comme

$$x = \frac{\omega_2 - \omega_0}{\alpha}$$

et

$$\alpha = \pi f_0 / Q$$

La courbe enveloppe a la forme indiquée figure IV.12, page 66.

On obtient facilement ce genre de courbe sur l'écran de l'oscillographe cathodique avec la tension v prise sur le curseur du potentiomètre P, après avoir équilibré les deux tensions qui proviennent de l'inverseur de phase (réglage du curseur P et de la capacité variable A figure IV.3).

Le calcul de Q se fait à partir de cette courbe de la manière suivante :

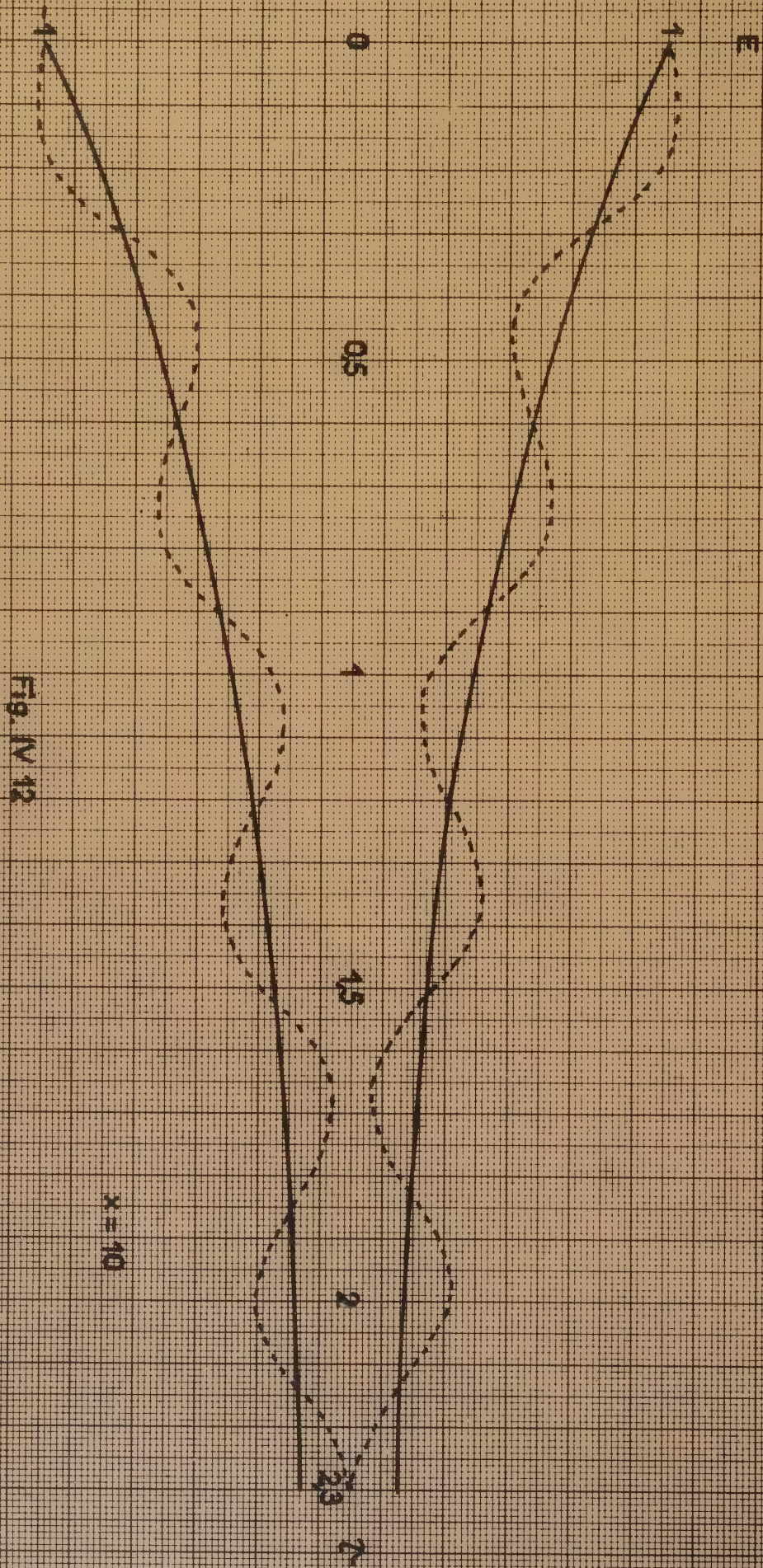


Fig. IV 12

$x = 10$

La dérivée logarithmique de E_s par rapport à θ à l'instant $t = 0$ est:

$$\frac{d E_{s \max}}{E_s d \theta} = \frac{-x e^{-\theta}}{1 + x e^{-\theta}} = \frac{-x}{1 + x} \quad (\text{IV.18})$$

comme $x \gg 1$ sa valeur est sensiblement -1.

Revenons aux variables ω et t :

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = \frac{d E_s}{E_s d \theta} \cdot \frac{d \theta}{dt} = \pi B (-1) = -\pi B = -\pi f_o / Q \quad (\text{IV.19})$$

nous avons donc:

$$Q = \frac{-\pi f_o}{\left(\frac{d E_{s \max}}{E_{s \max} dt} \right)_{t=0}} \quad (\text{IV.20})$$

En comparant (IV.20) et (II.2), on voit que la constante de temps

$$\tau = - (d E_{s \max} / E_{s \max} dt)_0$$

Nous pouvons ainsi déterminer τ donc Q par la pente de la tangente à l'origine de (E_s, t) comme nous le verrons chapitre V.

b) Deuxième cas.

C'est le cas représenté en figure IV.11b. Il est facile à réaliser et a donc une certaine importance. En posant dans l'équation (IV.18)

$x_1 = -x_2$ et $x_2 = x$ on obtient:

$$E_s = \frac{1}{1+x^2} \sqrt{1+x^2+4x^2 e^{-2\theta} - 4x(\sin x \theta - x \cos x \theta e^{-\theta})} \dots (\text{IV.21})$$

Pour $\theta = 0$ on a:

$$E_s = \frac{\sqrt{1+9x^2}}{1+x^2} \quad (\text{IV.22})$$

La dérivée de l'équation (IV.21) est:

$$\frac{d E_s}{d \theta} = \frac{2 x e^{-\theta}}{1 + x^2} \cdot \frac{(1 - x^2) \sin x \theta - 2x(e^{-\theta} + \cos x \theta)}{\sqrt{1 + x^2 + 4x^2 e^{-2\theta} - 4x e^{-\theta} (\sin x \theta - x \cos x \theta)}}$$

pour $\theta = 0$

$$\frac{d E_s}{d \theta} = - \frac{1}{1 + x^2} \frac{8x^2}{\sqrt{1 + 9x^2}} \quad (\text{IV.23})$$

Pour calculer les valeurs qui annulent la fonction E_s il vaut mieux partir de la valeur complexe pour E_s (équation IV.11)

En y posant $x_1 = -x$ et $x_2 = x$ on obtient:

$$E_s = \frac{\cos x \theta + x \sin x \theta + j(\sin x \theta - x \cos x \theta - 2x e^{-\theta})}{1 + x^2} \dots (\text{IV.24})$$

E_s s'annule pour les valeurs de θ qui satisfont à la fois les deux équations suivantes:

$$\cos x \theta + x \sin x \theta = 0 \quad (\text{IV.25})$$

$$\sin x \theta - x \cos x \theta - 2x e^{-\theta} = 0 \quad (\text{IV.26})$$

De la première de ces deux équations on tire:

$$\text{tg } x \theta = - \frac{1}{x}$$

En introduisant cette valeur pour $\text{tg } x \theta$ dans la deuxième équation, après avoir exprimé $\sin x \theta$ et $\cos x \theta$ en fonction de $\text{tg } x \theta$ on obtient enfin:

$$\sqrt{1 + x^2} (\sqrt{1 + x^2 + 2x e^{-\theta}}) = 0$$

d'où l'on tire, à part des valeurs imaginaires pour x , les deux valeurs suivantes:

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{4 e^{-2\theta} - 1}} \quad (\text{IV.27})$$

Il résulte de cette dernière relation que x n'est réel que pour:

$$e^{-2\theta} > \frac{1}{4}$$

donc

$$\theta < 0,69 \quad (\text{IV.28})$$

Pour trouver les racines de l'équation (IV.21), nous procédons de la manière suivante:

De l'équation (IV.25) il résulte:

$$x = - \operatorname{ctg} x \theta \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} x \theta = - \frac{1}{x} \quad (\text{IV.29})$$

En portant cette valeur dans l'équation (IV.26) on obtient enfin:

$$1 + 2 \cos x \theta e^{-\theta} = 0$$

En introduisant: $x \theta = \varphi$ (IV.30)

donc $\theta = \varphi/x = - \varphi \operatorname{tg} \varphi$

on obtient: $1 + 2 \cos \varphi e^{\varphi \operatorname{tg} \varphi} = 0$ (IV.31)

En prenant le logarithme népérien de l'équation (IV.31), on a:

$$\varphi \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{Log} (2 \cos \varphi) = 0 \quad (\text{IV.32})$$

on obtient les valeurs de φ qui satisfont à l'équation (IV.32) en coupant la courbe

$$y = \varphi \operatorname{tg} \varphi$$

par la courbe

$$y = \operatorname{Log} (2 \cos \varphi)$$

Quand on porte ces valeurs de φ dans l'équation (IV.29), on obtient les valeurs correspondantes de x . Avec ces valeurs obtenues pour x et celles de φ on obtient d'après l'équation (IV.30) les valeurs de θ . On voit que les valeurs réelles de θ sont en effet celles limitées par l'équation (IV.28). En représentant graphiquement E_s en fonction de θ et x on obtient une courbe de même allure que celle qu'on observe sur l'écran de l'oscillographe cathodique pour le cas figuré IV.11b.

Pour obtenir une expression analytique pour le calcul du Q , nous procédons de la manière suivante: en divisant l'équation (IV.21) par l'équation (IV.20) on obtient:

$$\frac{d E_s}{E_s d\theta} = \frac{8 x^2}{1 + 9x^2} \quad (\text{IV.33})$$

et en fonction de t à l'aide de l'équation $\theta = \pi B t$

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = - \frac{8 \pi B x^2}{1 + 9x^2} = \frac{-32 \pi (f_2 - f_0)^2 / B}{1 + 36 \left(\frac{f_2 - f_0}{B} \right)^2}$$

et comme $B = \frac{f_0}{Q}$

on a

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = - \frac{32 \pi (f_2 - f_0)^2 Q / f_0}{1 + 36 Q \left(\frac{f_2 - f_0}{f_0} \right)^2} \quad (\text{IV.34})$$

et si $f_2 - f_0 \gg B$

il résulte

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = - \frac{8 \pi f_0}{9 Q} \quad (\text{IV.35})$$

Pour calculer le Q on a donc besoin de mesurer les mêmes grandeurs que dans le premier cas.

Nous donnons figure IV.13 une courbe expérimentale obtenue pour un quartz de 1 MHz. (voir page 71).

On obtient facilement sur l'écran de l'oscillographe cathodique ce genre de courbe avec la tension prise sur le curseur du potentiomètre P. Il suffit d'équilibrer les deux tensions qui proviennent de l'inverseur de phase (réglage du curseur de P et de la capacité A) et de varier la fréquence du générateur jusqu'à ce qu'on obtienne des courbes de battements du genre de ceux de la figure IV.13.

c) Troisième cas.

Considérons maintenant le cas représenté figure (IV.11c), simple à traiter mais difficile à réaliser. Il a donc une importance réduite.

Pour l'étudier nous faisons dans l'équation (IV.12) $x_2 = 0$ et comme il ne reste que x_1 seul nous le nommerons x . On obtient:

$$E_s = \sqrt{\frac{1 + x^2 (1 + e^{-\theta})^2}{1 + x^2}} \quad (\text{IV.36})$$

Représentons graphiquement E_s en fonction de θ . La dérivée de (IV.36) est

$$\frac{d E_s}{d \theta} = \frac{-x^2 (1 + e^{-\theta}) e^{-\theta}}{\sqrt{(1 + x^2) [1 + x^2 (1 + e^{-\theta})^2]}} \quad (\text{IV.37})$$

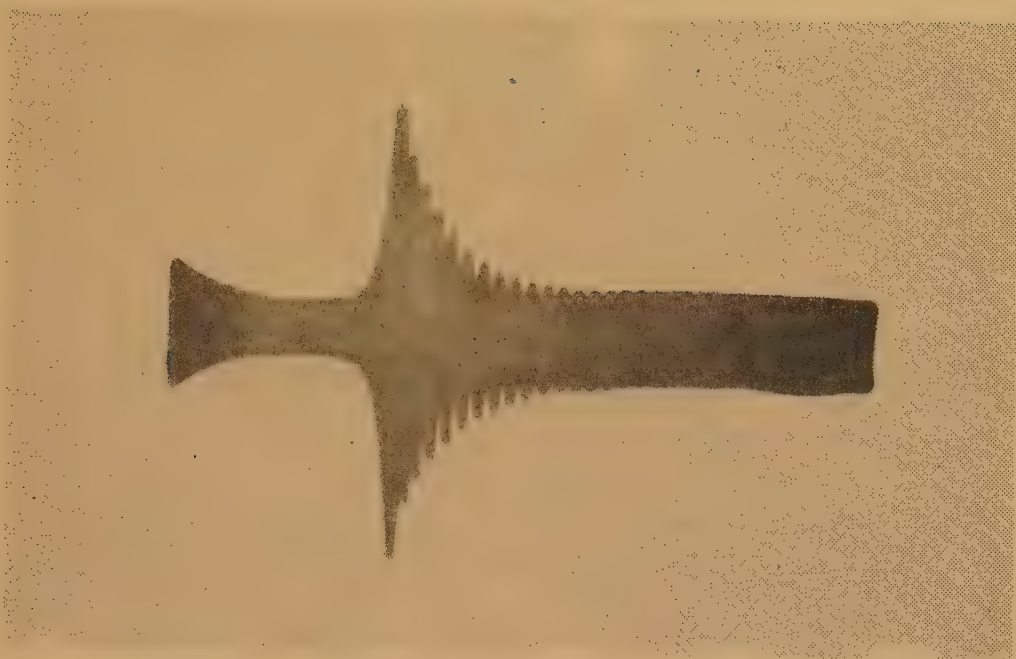


Fig. IV.13

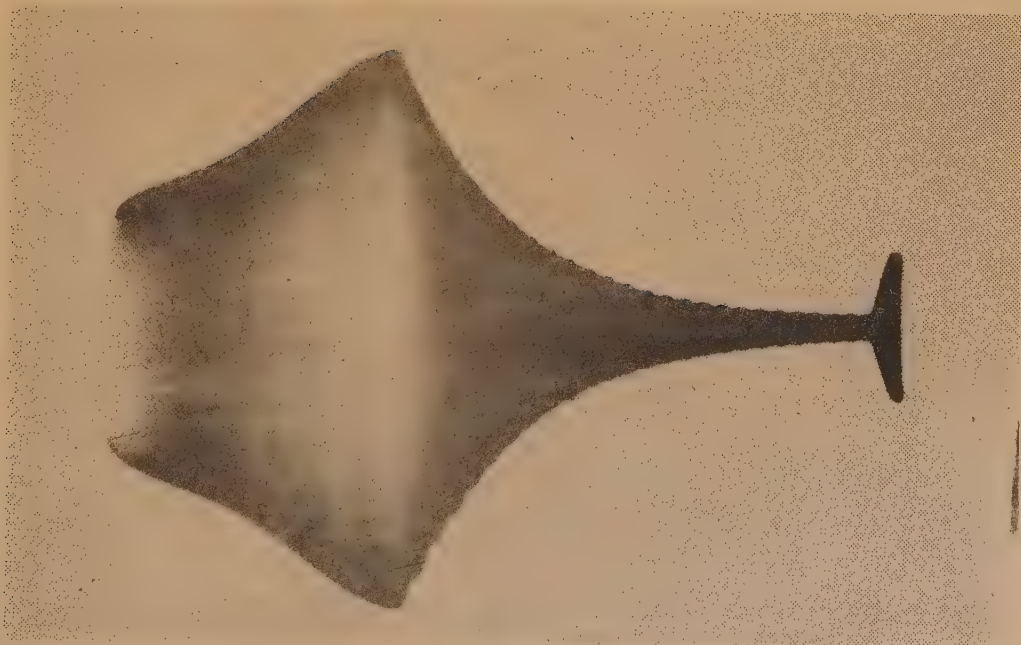


Fig. VII.7.

Elle reste négative pour toute valeur de

$$0 < \theta < \infty$$

Donc la fonction décroît continuellement. Pour $\theta = 0$ on a :

$$E_s = \pm \sqrt{\frac{1 + 4x^2}{1 + x^2}}$$

Pour $\theta = \infty$ $E_s = \pm 1$ et la dérivée: $\frac{d E_s}{d \theta} = 0$

Donc la fonction a sa valeur maximum à l'origine et se rapproche asymptotiquement de 1. La valeur de l'amplitude pour $t < 0$ est $\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ ce qui

résulte de l'équation (IV.8) tenant compte que pour $t < 0$, $i(t) = 0$. La valeur maximum de E est 2. Elle est atteinte pour $x = \infty$, c'est à dire si la fréquence du générateur s'éloigne beaucoup de la fréquence du quartz.

L'allure de l'enveloppe de la courbe est donc la suivante (figure IV.14)

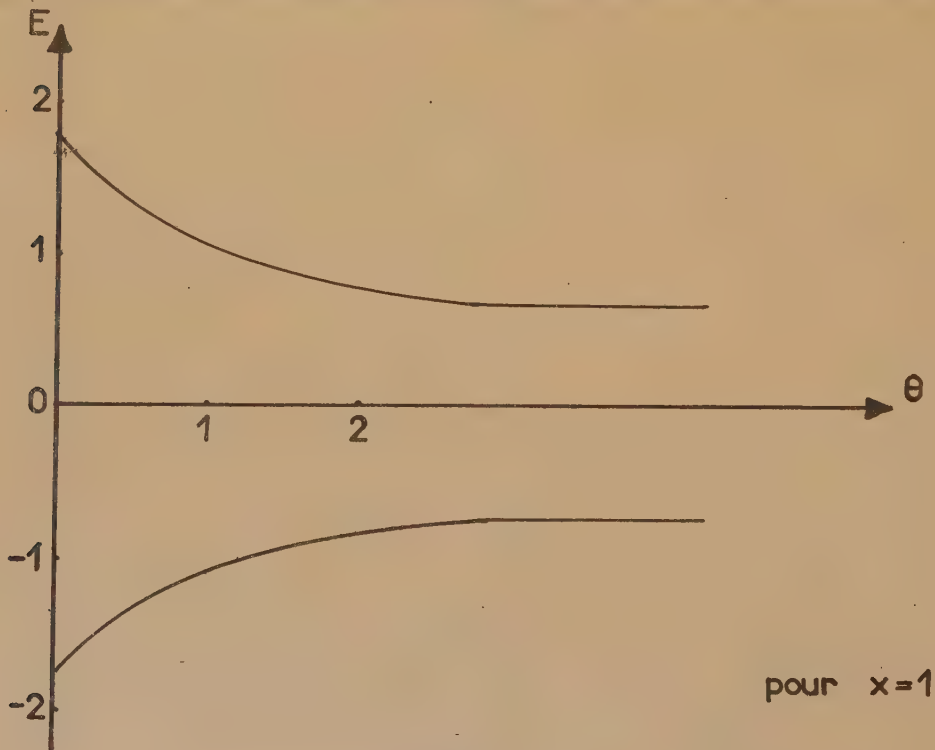


figure IV.14.

Pour calculer le Q à partir des courbes photographiées, nous partons de l'équation (IV.36):

$$E_s^2 = \frac{1 + x^2(1 + e^{-\theta})}{1 + x^2}$$

En prenant la dérivée logarithmique on obtient:

$$\frac{d E_s}{E_s d\theta} = \frac{-2x^2(1 + e^{-\theta})e^{-\theta}}{1 + x^2(1 + e^{-\theta})^2}$$

et pour $\theta = 0$

$$\frac{d E_s}{E_s d\theta} = \frac{-2x^2}{1 + 4x^2}$$

On obtient ainsi la variation relative de E_s ce qui évite de mesurer cette tension en volts.

Comme l'abscisse de nos courbes est le temps et non un temps réduit, il faut que nous revenions à t . Comme $\theta = \pi B t$ $d\theta = \pi B dt$ on a donc

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = \frac{-2\pi B x^2}{1 + 4x^2} \quad (IV.38)$$

$$x = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\pi B} = 2 \frac{f_1 - f_0}{B} = 2 \frac{\Delta f}{B}$$

En introduisant cette valeur dans l'équation (IV.38) on obtient:

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = \frac{-8\pi}{B} \cdot \frac{\Delta f^2}{1 + 16(\frac{\Delta f}{B})^2}$$

et en remplaçant B par f_0/Q on obtient:

$$\frac{d E_s}{E_s dt} = - \frac{8\pi}{f_0} \frac{(\Delta f)^2 Q}{1 + 16 Q^2 (\Delta f/f_0)^2} \quad (IV.39)$$

Pour pouvoir calculer Q à partir de l'équation (IV.39) il faut connaître la fréquence f_0 du cristal, la variation de fréquence Δf produite par l'échelon unité, la tangente à l'origine dE_s/dt et l'ordonnée E_s à l'origine. f_0 et Δf sont déterminés à l'aide d'un générateur étalonné, à fréquence variable.

Dans l'équation (IV.39) on observe que si l'on peut négliger 1 par rapport à $16 Q^2 (\frac{\Delta f}{f_0})^2$, ce qui est presque toujours le cas (sauf pour des Q très petits), on obtient:

$$\frac{d E_s}{E_s dt} \neq - \frac{8\pi}{f} \frac{(\Delta f)^2}{16 Q^2 \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} = - \frac{\pi f}{2 Q} \quad (\text{IV.40})$$

Cette formule est beaucoup plus simple que (IV.39). Elle évite la mesure de Δf , mesure toujours difficile à faire, ensuite elle permet de calculer le Q d'une manière plus simple:

$$Q = - \frac{\pi f}{2 \frac{d E_s}{E_s dt}}$$

Mais nous disions que pour calculer Q il faut connaître aussi l'ordonnée à l'origine et la pente de la tangente à la courbe à l'instant $t = 0_+$.

Pour voir dans quelles circonstances il est le plus avantageux de mesurer $dE_s/E_s dt$, représentons cette expression en fonction de Q .

De l'équation (IV.39) résulte que $dE_s/E_s dt$ est égal à 0 pour $Q = 0$ et pour $Q = \infty$. Il y aura donc un maximum ou un minimum qu'on obtient facilement. Comme le produit du dénominateur est constant, le dénominateur sera minimum quand ses deux termes seront égaux, donc pour $Q = \frac{f_0}{4\Delta f}$ (figure IV.15)

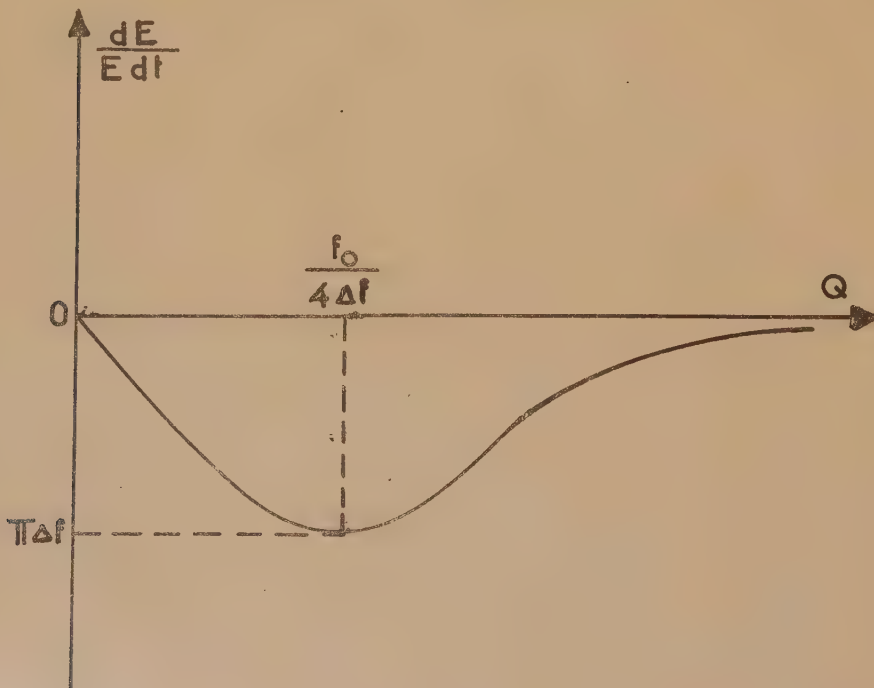


figure IV.15.

Pour cette valeur de Q , dE_s/dt devient $\pi \Delta f$. On tâchera donc de mesurer dE_s/dt après le minimum, ce qu'on peut faire en choisissant convenablement le Δf à l'aide du multivibrateur, c'est à dire en faisant.

$$r > \frac{f_0}{4 Q}$$

6. Corrections à appliquer.

Le schéma de notre montage (figure IV.3) montre que la résistance d'anode de l'inverseur de phase est branchée en parallèle sur le quartz. En parallèle sur le quartz se trouvent aussi les capacités parasites des connexions. Dans les mesures à basse ou à haute température, le câble coaxial, qui réunit le quartz placé dans une enceinte spéciale à l'oscillateur, représente une capacité de quelques dizaines de picofarads qu'on peut considérer branchée en parallèle sur le quartz.

L'expérience montre qu'une résistance ou une capacité branchée en parallèle sur le quartz peut changer la valeur mesurée de Q . La théorie de ce phénomène en rend parfaitement compte et fournit aussi les moyens de faire les corrections nécessaires pour obtenir la véritable valeur de Q relatif au cristal isolé.

Nous allons donner succinctement cette théorie pour déterminer les corrections nécessaires chaque fois qu'il y a lieu.

Nous pourrions partir de l'équation III.23 du chapitre III mais un calcul direct nous a paru plus clair.

Hypothèse: pour $t = 0$ on réunit C chargé à l'ensemble r LC R (figure IV.16)

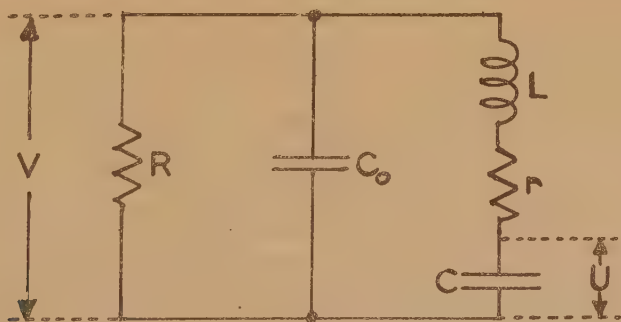


figure IV.16.

Le système est régi par les équations différentielles:

$$V = U + r C \frac{dU}{dt} + L C \frac{d^2 U}{dt^2} \quad (IV.41)$$

$$- C \frac{dU}{dt} = \frac{V}{R} + C_0 \frac{dV}{dt} \quad (IV.42)$$

La première de ces équations représente la loi d'Ohm pour la maille, la deuxième représente la conservation du courant en un noeud.

On tire de ces équations, en dérivant pour éliminer U:

$$\frac{V}{R} + \left(\frac{rC}{R} + C + C_0\right) \frac{dV}{dt} + \left(rC_0 + \frac{LC}{R}\right) \frac{d^2V}{dt^2} + LC_0 \frac{d^3V}{dt^3} = 0 \dots (IV.43)$$

V est donné par une équation identique.

$$\text{Posons } \omega_0^2 = \frac{C + C_0}{LC_0} \quad Q_0 = \frac{L\omega_0}{r} \quad Q_1 = RC_0\omega_0 \quad (IV.44)$$

Cette équation devient:

$$V \frac{\omega_0^3}{Q_1} + \frac{C_0}{C + C_0} + \frac{dV}{dt} \omega_0^2 \left(1 + \frac{1}{Q_0 Q_1}\right) + \frac{d^2V}{dt^2} \omega_0 \left(\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_1}\right) + \frac{d^3V}{dt^3} = 0 \dots (IV.45)$$

L'équation différentielle linéaire (IV.43) a une équation caractéristique du troisième degré. Désignons une racine par $\omega_0 x$.

Nous obtenons l'équation en x:

$$\frac{C_0}{Q_1(C + C_0)} + x \left(1 + \frac{1}{Q_0 Q_1}\right) + x^2 \left(\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_1}\right) + x^3 = 0 \quad (IV.46)$$

On voit bien que si $Q_0 \rightarrow \infty$ et $Q_1 \rightarrow \infty$ $x \rightarrow \pm j$ (pas d'amortissement)

Posons donc $x = j(1 + a) + b$

où $a \ll 1$ $b \ll 1$

et portons cette expression dans (IV.45)

En séparant parties réelles et complexes, on obtient finalement:

$$a = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{Q_0^2} + \frac{C}{C + C_0} \frac{1}{Q_1^2} \right] \quad (IV.47)$$

$$b = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{Q_0} + \frac{C}{Q_1(C + C_0)} \right] \quad (IV.48)$$

a rend compte du glissement de fréquence dû à l'amortissement, glissement pratiquement négligeable dans les mesures de Q.

b rend compte de l'amortissement des oscillations de la tension V.

Si R était ∞ , on aurait $b = -\frac{1}{2Q_0}$ et l'amplitude de V décroîtrait proportionnellement à $e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}$

Si $R \neq \infty$ on a décroissance proportionnelle à: $e^{-b\omega_0 t}$

Tout se passe donc comme si l'on avait un facteur de surtension Q tel que

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_1} \frac{C}{C + C_0} \quad (\text{IV.49})$$

Revenons aux quantités $L, C, r, C,$

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{r}{L \omega_0} + \frac{1}{R C_0 \omega_0} \frac{C}{C + C_0} \quad (\text{IV.50})$$

dont la forme approchée est:

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{1}{Q_0} + \frac{C}{R C_0^2 \omega_0} \quad (\text{IV.51})$$

Si R ou C_0 croissent, Q_2 croît, ce que l'expérience confirme.

Ordres de grandeurs numériques:

(IV.50) peut s'écrire

$$\frac{1}{Q_2} \neq \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{R} \frac{C}{C_0^2 \omega_0}$$

$$\frac{1}{Q_0} \approx 5.10^{-5}; R \approx 2.10^4; C_0 \approx 2.15^{-11}; \omega_0 \approx 6.10^6; R C_0 \omega_0 \approx 2,2; \frac{1}{Q_2} = 5.10^{-5} + \frac{C}{2,4 C_0}$$

$$\text{Si l'on prend } C = 0,01 \text{ pF} \quad C/C_0 = 5.10^{-4}$$

on trouve $Q_2 \approx 2/10.000 \neq 5000$

La mesure ne donne donc plus du tout Q_0 mais plutôt Q_1 dû à R .

Si Q_0 est plus faible (phosphate de potassium par exemple), l'erreur relative sera beaucoup plus faible.

L'expérience montre que dans le cas des grains, la correction devient négligeable. Ceci s'explique par le fait que dans le cas des grains C est plus faible, étant donné qu'il n'y a pas de contact avec électrodes et en général ω_0 est plus élevé.

CHAPITRE V

Détermination de Q à partir d'une courbe exponentielle.

Nous avons montré au chapitre IV que les vibrations d'un cristal piézoélectrique nous donnent une tension dont l'amplitude y décroît avec le temps comme l'exponentielle $e^{-t/\tau}$ de constante de temps $\tau = \frac{1}{\pi f}$.

Nous allons voir ci-dessous plusieurs manières de déterminer le facteur de qualité des cristaux piézoélectriques à partir de la courbe $y = f(t)$. Dans chacune d'elles, seules des mesures relatives d'amplitude sont nécessaires ce qui est évidemment plus rapide et plus agréable que des mesures absolues.

1a) Evaluation de Q à l'aide de la tangente à l'origine.

Nous avons vu au chapitre IV (équation IV.20) que $Q = \frac{-\pi f}{\left(\frac{d E_s \max}{E_s \max dt} \right)_0}$ et que $\tau = \left(\frac{d E_s \max}{E_s \max dt} \right)_0$. Il en résulte que la tangente à l'origine de la courbe exponentielle $E = E_0 e^{-t/\tau}$ coupe l'axe Ot à l'instant τ . On a donc la possibilité de déterminer Q au moyen de τ .

Nous allons montrer comment on peut déterminer en pratique, d'une manière simple, à partir d'une courbe photographiée, la constante de temps τ qui sert à calculer le facteur de qualité.

Nous procédons de la manière suivante: nous traçons sur la courbe photographiée la tangente T à l'origine. (figure V.1. page 79). Soit s le segment de droite compris entre l'origine et l'intersection de T avec l'axe des temps Ot . La longueur de s évaluée en unités de temps est égale à τ .

Pour mesurer en unités de temps le segment s de la manière la plus simple, on envoie sur le deuxième canal de l'oscillographe cathodique une tension sinusoïdale de fréquence connue (de l'ordre de grandeur de 1 kHz), donnée par un oscillateur BF. Ceci nous étalonne les abscisses en millisecondes.

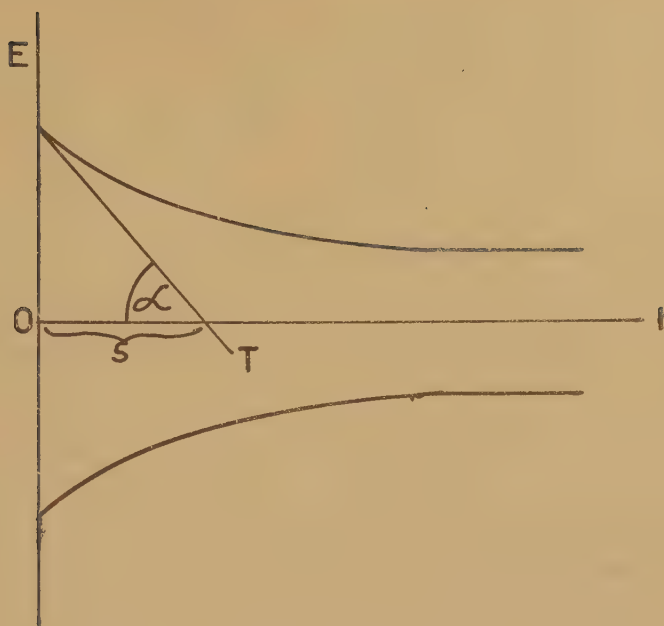


figure V.1.

Pour calculer Q on utilisera la formule (II.2):

$$Q = \pi f \tau$$

Il suffit de mesurer la fréquence propre du cristal piézoélectrique qu'on lit sur la graduation du générateur variable, et le segment s en unités de temps. La simplicité des mesures à faire est remarquable.

La précision qu'on peut atteindre avec cette méthode est 5 % environ.

1b) Evaluation de Q par la pente en ordonnées logarithmiques.

Lorsqu'on n'arrive pas à tracer directement avec assez de précision la tangente à l'origine, par exemple lorsque la courbe présente de petites irrégularités, surtout quand on utilise une courbe obtenue après détection, nous procédons de la manière suivante: en portant les logarithmes des ordonnées au lieu des ordonnées elles-mêmes, nous obtenons une droite qui a même pente que la tangente cherchée.

En effet d'après la formule (II.1a) nous avons:

$$E = E_0 e^{-t/\tau}$$

ou

$$E/E_0 = e^{-t/\tau}$$

où τ est la constante de temps.

En écrivant pour E/E_0 un E réduit: E_r on a:

$$E_r = e^{-t/\tau} \quad (V.1)$$

Prenant le logarithme népérien de l'expression (V.1), on a:

$$\text{Log } E_r = -1/\tau t \quad (V.2)$$

Donc portant en fonction du temps les logarithmes népériens de E_r au lieu de E_r , on obtient une droite D (figure V.2.) dont la pente $\text{tg} \alpha$ est égale à $-1/\tau$

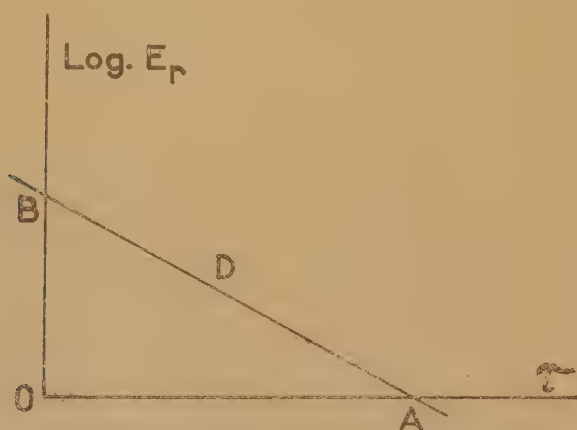


figure V.2.

D'après la figure V.2. on a:

$$OB/OA = -1/\tau$$

d'où

$$\tau = -OA/OB \quad (V.3)$$

En multipliant cette valeur de τ par πf , où f est la fréquence de résonance, on obtient Q . La précision de cette méthode est environ 3 %. Cette méthode est la plus précise de celles que nous décrivons.

2) Détermination de Q à partir d'un rapport d'amplitudes.

Lorsque l'enveloppe exponentielle de la courbe sur l'écran de l'oscillographe est très nette, il est très commode et rapide de déterminer Q par le rapport de deux amplitudes.

L'amplitude étant de la forme $E(t) = E_0 e^{-\pi f t / Q}$

le rapport des amplitudes $E(t)/E_1(t + t_1) = e^{-\frac{\pi f \cdot t_1}{Q}}$

$$\text{nous donne } Q = \frac{\pi f \cdot t_1}{\text{Log } E/E_1} \quad (V.4)$$

On n'a donc qu'à mesurer deux ordonnées E et E_1 séparées par un intervalle de temps t_1 connu. Cette mesure peut se faire très rapidement sans photographier, ce qui rend cette méthode la plus rapide de toutes.

Dans ce but nous avons réalisé en plexiglas un quadrillage rectangulaire à carreaux de 2 mm seulement, avec lequel on mesure rapidement les amplitudes (déviations verticales) et le temps (déviations horizontales) grâce à l'étalonnage donné par une tension BF sinusoïdale de fréquence connue. Ce quadrillage est gravé sur les deux faces du plexiglas pour éviter les erreurs de parallaxe.

A défaut d'un quadrillage, un pied à coulisse permet des mesures rapides.

La précision sur Q principalement limitée par l'erreur sur t_1 est d'environ 9 %, cette erreur pourrait être certainement diminuée en remplaçant la sinusoïde qui sert d'étalon de temps par des impulsions fines de fréquence de répétition connue.

3) Calcul du Q à l'aide de la surface.

On peut déterminer, comme nous l'a suggéré Monsieur R. Guillien, le Q des cristaux piézoélectriques à partir des courbes photographiées sur l'écran de l'oscillographe cathodique d'une manière tout à fait différente de celle que nous venons de décrire.

Pour établir la formule à la base de laquelle on peut déterminer le Q , nous partons de l'équation (II.1a).

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec

$$\tau = Q/\pi f$$

Calculons la surface A comprise entre la courbe $E(t)$ et les droites d'abscisse $t = 0$ et $t = t_1$ (figure V.3)

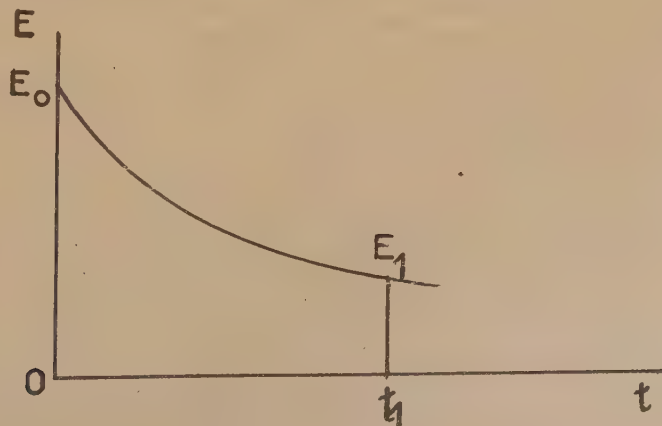


figure V.3.

$$A = \int_0^{t_1} E dt = E_0 \int_0^{t_1} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \tau \left[E_0 - E_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right] \quad (V.5)$$

or
$$E_0 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = E(t_1) = E_1$$

donc
$$A = \int_0^{t_1} E dt = \tau (E_0 - E_1) \quad (V.6)$$

D'où
$$\tau = \frac{A}{E_0 - E_1} \quad (V.7)$$

Il résulte de (V.7) que pour mesurer τ il suffit de mesurer l'aire de la surface indiquée plus haut en figure V.3. ainsi que les ordonnées E_0 et E_1 . Pour déterminer l'aire de la surface indiquée, on peut se servir d'un planimètre. Nous nous sommes servis pour ce but du planimètre Morin-Muguet type B. Quand on utilise le planimètre, il est plus précis et plus commode de mesurer la surface 2 A comprise entre les deux courbes des deux côtés de l'axe de temps, et de prendre la différence $2 E_0 - 2 E_1$ des distances entre ces deux courbes aux instants 0 et t.

Bien entendu il faut transformer le résultat de la division de A par $E_0 - E_1$ qui représente des unités de longueur, en unités de temps. Ceci se fait à l'aide de la sinusoïde d'étalonnage en temps photographiée sur l'écran de l'oscillographe cathodique en même temps que la courbe.

On peut aussi découper la surface indiquée et la peser après avoir pesé par exemple un cm^2 du même papier. Après avoir mesuré A, E_0 et E_1 on obtient τ puis Q d'après la formule (II.2)

La précision de cette méthode est de l'ordre de 6 %.

Nous nous sommes servis maintes fois de cette méthode. Les résultats obtenus sont en bon accord avec le Q obtenu d'après la méthode précédente.

4) Méthode physique pour déterminer le Q (par rectification de l'enveloppe exponentielle).

Pour mesurer d'une manière simple des constantes de temps, Tolstoi et Feofilov (33) emploient la méthode suivante: ils prennent comme base de temps d'un oscillographe cathodique un balayage exponentiel de constante de temps τ réglable.

Ceci s'obtient facilement à l'aide d'une capacité C chargée à travers une résistance réglable qui est déchargée par un thyatron. La tension de charge du condensateur qui produit le balayage est donnée par l'équation: $U = U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ou en coordonnées réduites:

$$X = (U_0 - U)/U_0 = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (V.8)$$

où $\tau = RC$ est la constante de temps et t le temps.

Lorsqu'on applique pendant le même temps t aux plaques verticales de l'oscillographe cathodique un phénomène qui varie d'après l'équation: $V = V_0 e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ ou en coordonnées réduites:

$$Y = V/V_0 = e^{-t/\tau_1} \quad (V.9)$$

on obtient la courbe $Y = f(X)$ décrite par le spot de l'oscillographe en éliminant le paramètre t entre l'équation (V.8) et (V.9). Ceci se fait de la manière simple suivante: On écrit (V.8) sous la forme: $e^{-t} = X^{\tau}$ et d'une manière analogue (V.9) sous la forme: $e^{-t} = Y^{\tau_1}$. En égalant les membres de droite on a: $X^{\tau} = Y^{\tau_1}$
ou $Y = X^{\frac{\tau}{\tau_1}}$ (V.10)

On obtient donc une courbe d'allure parabolique.

Lorsque $\tau_1 = \tau$, il résulte de l'équation (V.10) qu'on obtient sur l'écran de l'oscillographe cathodique une droite donnée par l'équation:

$$Y = X \quad (V.11)$$

Puisque l'oeil humain reconnaît facilement une droite, on peut se rendre compte d'après cette méthode si un phénomène électrique (ou un autre phénomène qu'on peut transformer en un phénomène électrique par exemple à l'aide d'une cellule photoélectrique) varie selon une courbe exponentielle. En effet, il suffit de régler la constante de temps du balayage en changeant C ou plutôt R jusqu'à ce que l'on obtienne une droite. Si l'on arrive à obtenir une droite, on a à faire à un phénomène qui varie d'après une loi exponentielle; autrement dit qui peut être représenté avec une seule constante de temps.

Comme la décroissance des oscillations amorties des cristaux piézoélectriques est fonction exponentielle du temps, nous avons utilisé cette méthode pour l'étude du facteur de qualité Q de ces cristaux piézoélectriques.

En comparant l'équation (V.9) avec l'équation (II.1a) on

voit en effet que $\tau_f = Q/\pi f_0$

d'où

$$Q = \pi f_0 \tau_1 \quad (V.12)$$

Résulte que lorsque le balayage exponentiel donne une droite sur l'écran de l'oscillographe cathodique, on a $\tau = \tau_1$, donc:

$$Q = \pi f_0 \tau \quad (V.13)$$

Comme notre générateur est étalonné en fréquence, nous n'avons qu'à mesurer la constante de temps τ du balayage exponentiel pour pouvoir calculer Q . Avec un condensateur fixe et un potentiomètre étalonné, on arrive donc à mesurer d'une manière très simple et rapide le facteur de qualité d'un cristal piézoélectrique. Pour simplifier encore la mesure, on peut même étalonner le potentiomètre directement en constantes de temps τ .

Nous avons utilisé pour la mesure de la constante de temps un balayage exponentiel donné par le schéma suivant (figure V.4)

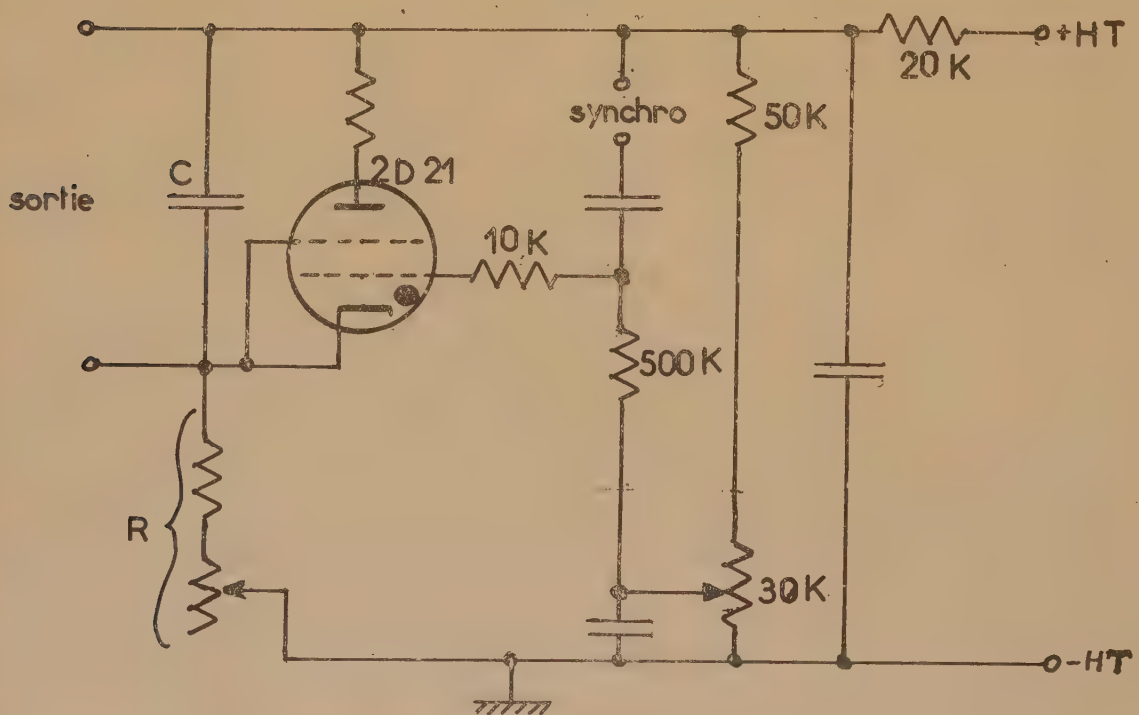


figure V.4.

Le multivibrateur M utilisé pour varier la pente de la lampe de glissement est utilisé en même temps pour synchroniser le déclenchement de la tension de balayage U. Le même multivibrateur est utilisé pour mo-

duler le Wehnelt pour effacer le retour du spot. (figure V.5).

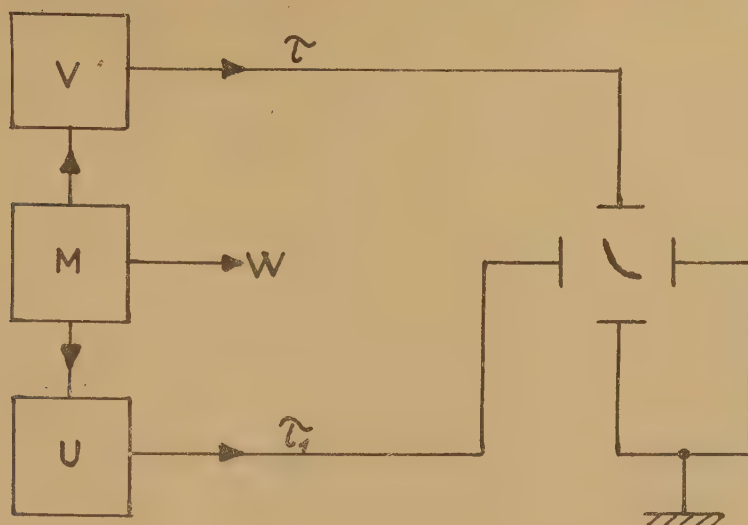


figure V.5a.

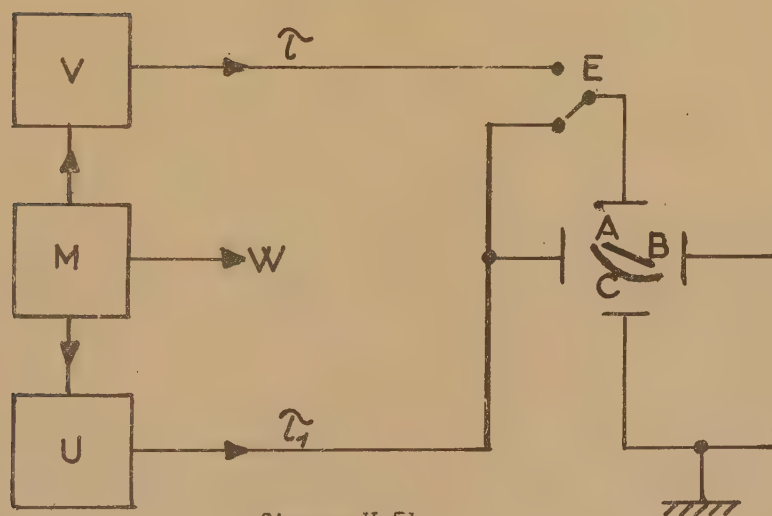


figure V.5b.

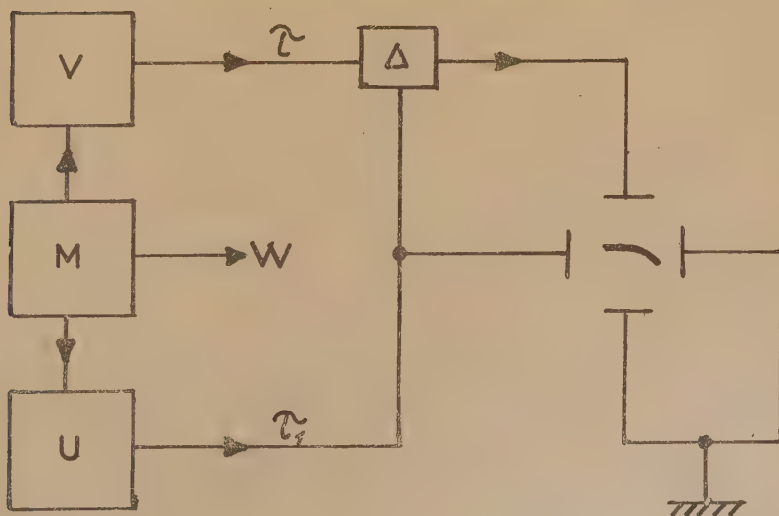


figure V.5c.

Nous avons étudié la précision de la méthode avec Monsieur Guillien (34). La précision de cette méthode n'est pas très grande. (6,8 % sur τ). On peut la parfaire un peu en juxtaposant avec un commutateur électronique E (figure V.5b) sur l'écran de l'oscilloscope cathodique la courbe C avec la droite AB. La droite AB est obtenue en envoyant aussi la tension du balayage exponentiel sur les plaques de déviation verticale de l'oscilloscope cathodique. La juxtaposition de C et de AB se réalise facilement en réglant le gain des deux canaux et la translation des images de l'oscilloscope cathodique. Avec un spot fin, on peut apprécier ainsi un écart de 0,5 mm ce qui donne une précision de 4 % sur τ .

On peut augmenter considérablement la précision de cette méthode par un procédé de compensation. A cet effet, on oppose la tension $V_0 e^{-t/\tau}$ de τ_1 , réglable à la tension $V_0 e^{-t/\tau}$ (figure V.5c). Leur différence Δ amplifiée est:

$$G V_0 (e^{-t/\tau} - e^{-t/\tau_1})$$

où G est le gain de l'amplificateur vertical de l'oscilloscope cathodique.

Soit
$$\Delta = e^{-t/\tau} - e^{-t/\tau_1} \quad (V.14)$$

l'écart réduit. Nous nous proposons de représenter graphiquement Δ en fonction de l'abscisse réduite: $X = e^{-t/\tau}$

On a à partir de (V.14)

$$\Delta = e^{-t/\tau} (1 - e^{t/\tau - t/\tau_1}) = e^{-t/\tau} \left[1 - e^{t/(1 - \frac{\tau}{\tau_1})} \right]$$

en posant: $\tau/\tau_1 = 1 + \varepsilon$

on obtient:

$$\Delta = e^{-t/\tau} (1 - e^{t/d\varepsilon}) = X(1 - X^\varepsilon) \quad (V.15)$$

ou
$$\Delta = X - X^{1+\varepsilon} \quad (V.16)$$

Nous avons représenté cette fonction figure V.6. page 87, pour différentes valeurs du paramètre.

On obtient en effet des courbes de cette forme sur l'écran de l'oscilloscope cathodique. Il résulte de l'équation (V.16) que lorsque $\tau = \tau_1$, Δ coïncide avec l'abscisse et change de signe, ce qu'on apprécie facilement sur l'écran de l'oscilloscope cathodique. La précision est multipliée par le gain de l'amplificateur vertical, mais est limitée par le "jitter". Nous avons obtenu une précision de 0,5 %.

A titre d'exemple, nous avons déterminé à la température

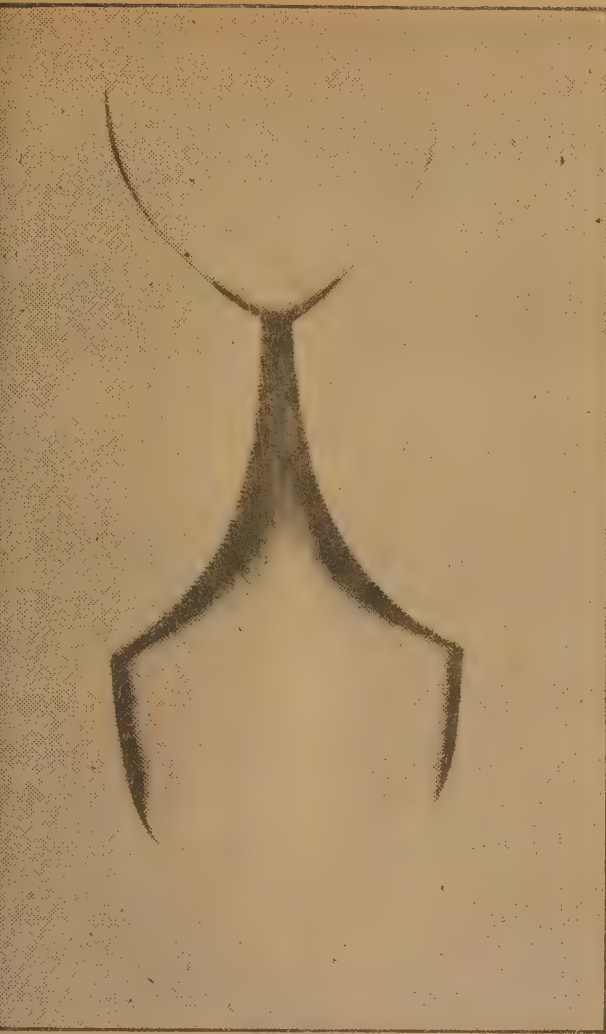


Fig. V 7

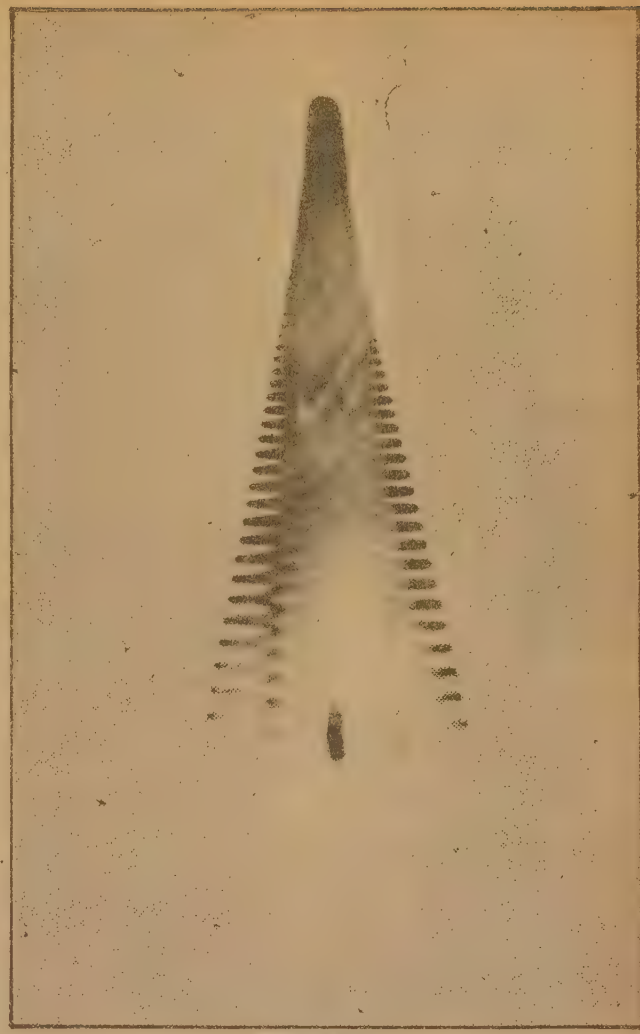
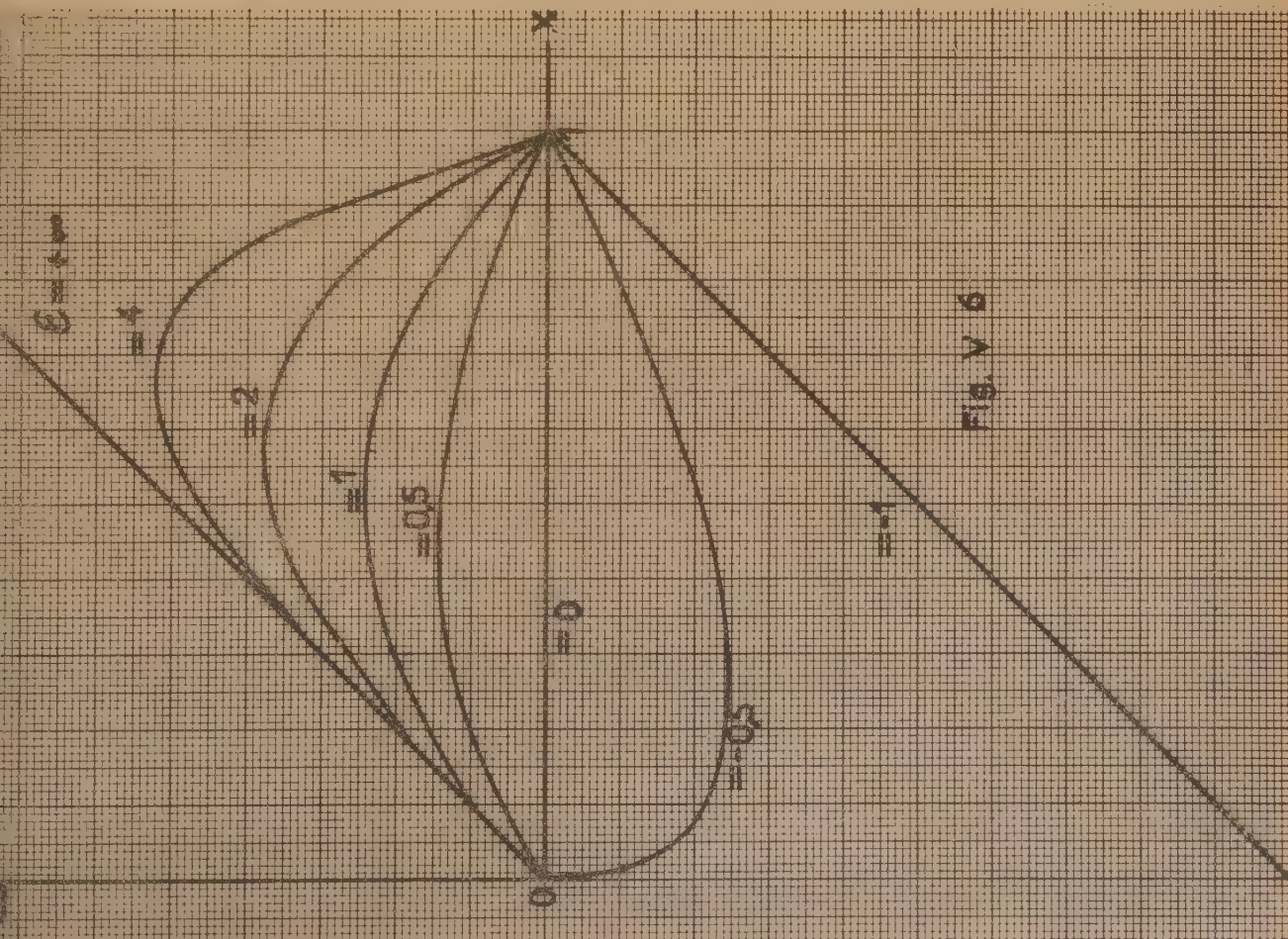


Fig. V 8



et pression ordinaires d'après cette méthode le Q d'un quartz piézoélectrique de coupe X de fréquence 1 MHz. Après avoir effectué les corrections indiquées chapitre IV. § 6, nous obtenons: $Q = 69300$.

Le Q du même quartz calculé à l'aide de la tangente à l'origine est: $Q = 65500$.

Les deux valeurs s'écartent donc de 5,8 %.

Figures V.7 et V.8, page 87, montrent les courbes d'amortissement du quartz photographiées avant et après rectification.

5. Valeur de la constante de temps des battements de basse fréquence.

Nous supposons qu'on applique à l'instant $t = 0$ une tension $E \sin \omega t$ dans un circuit oscillant représentant schématiquement un cristal piézo-électrique (figure V.9).

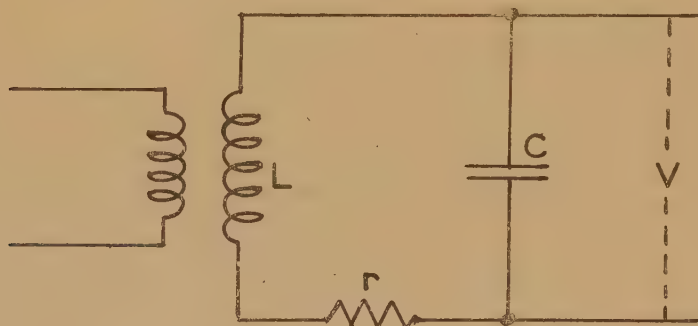


figure V.9.

Ici C est sensiblement $\frac{CC_0}{C + C_0}$ du schéma figure II.2. mais en réalité comme $C_0 \gg C$ on peut prendre le schéma figure V.9.

La tension V est liée à E par les équations opérationnelles:

$$(r + L p + \frac{1}{C p}) [i] = [E] \quad (V.17)$$

$$C p [V] = [i] \quad (V.18)$$

d'où

$$[V] (1 + r C p + L C p^2) = [E] = \frac{E_0 p}{p^2 + \omega^2} \quad (V.19)$$

si $E = E_0 \sin \omega t$

posons $LC = \frac{1}{\omega_c^2}$ et $Q = L \omega_0 / r$

nous avons

$$[V] \left[\omega_o^2 + p \frac{\omega_o}{Q} + p^2 \right] = E_o \frac{\omega_o^2 p}{p^2 + \omega^2} \quad (V.20)$$

Si p_1 et p_2 sont les racines de $p^2 + p \frac{\omega_o}{Q} + \omega_o^2 = 0$ nous avons:

$$[V] = \frac{E_o \omega_o^2 p}{(p^2 + \omega^2)(p - p_1)(p - p_2)} \quad (V.21)$$

Le calcul peut être mené rigoureusement, mais on a le droit de le simplifier beaucoup grâce à des approximations légitimées par le fait que $Q = \frac{L(\omega)}{r}$ est très élevé.

On trouve alors que:

$$V \approx \frac{E_o \omega_o^2 (\omega_o^2 - \omega^2)}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega_o^2 \omega^2}{Q^2}} \left[\cos \omega t - e^{-\frac{\omega_o t}{2Q}} \cos \omega_1 t \right] \quad (V.22)$$

en appelant ω_1 la fréquence propre de LCr

$$\omega_1 = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \neq \omega_o$$

On envoie donc sur la diode une tension à redresser de la forme:

$$A \left[\cos \omega t - e^{-\frac{\omega_o t}{2Q}} \cos \omega_1 t \right] - \frac{\omega_o t}{2Q}$$

Les deux composantes: $U = A \cos \omega t$ et $U_1 = A e^{-\frac{\omega_o t}{2Q}}$ ont des fréquences légèrement différentes. Une détection linéaire va mettre en évidence des battements de pulsation $|\omega_1 - \omega|$. Cuccia (32) a donné la théorie de la détection linéaire de la somme de deux tensions de fréquences différentes. Il en ressort que l'amplitude de la composante de pulsation $|\omega_1 - \omega|$ est très sensiblement proportionnelle à l'amplitude de la tension la plus faible (ici U_1) tant que le rapport k de celle-ci à la tension la plus forte (ici U) ne dépasse pas 0,5.

Dans le cas de nos expériences, la tension des battements en $|\omega_1 - \omega|$ est bien proportionnelle à $e^{-\frac{\omega_o t}{2Q}}$ lorsque $e^{-\frac{\omega_o t}{2Q}} < 0,5$ c'est à dire lorsque $t > \frac{2Q \text{ Log } 2}{\omega}$. C'est bien ce que l'on observe en effet.

Il est très facile d'obtenir une tension de battement proportionnelle

à $e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}$ dès le début de l'oscillation amortie du cristal. Il nous suffit pour cela d'augmenter dans la tension à détecter la valeur de la composante U en déplaçant un peu en dehors de l'équilibre le curseur du potentiomètre P . Le rapport $k = |U/U'|$ est ainsi diminué et la proportionnalité de la tension en $|\omega_1 - \omega|$ à $e^{-\omega t/2Q}$ devient excellente comme le montrent les courbes observées en basse fréquence.

Nous avons donc toute facilité pour obtenir une tension basse fréquence de la forme:

$$V e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \sin [(\omega_0 - \omega)t + \varphi]$$

donc l'amplitude proportionnelle à: $e^{-\omega_0 t/2Q}$

Après redressement, l'amplitude des battements BF décroît donc avec la même constante de temps $\tau = 2Q/\omega_0$ que l'amplitude de l'oscillation HF.

Ceci est extrêmement important pour nos mesures, parce qu'il y a ainsi possibilité de mesurer Q d'après la décroissance de l'amplitude du battement BF.

De petits cristaux donnent de faibles oscillations HF, qui ne permettraient guère la mesure précise de leur Q en haute fréquence. Les battements BF entre leur oscillation sur leur fréquence propre $\omega_0/2\pi$ et l'oscillation $\omega/2\pi$ du générateur, sont aisément amplifiés et on mesure facilement leur décroissance, d'où la valeur de Q de ces petits cristaux.

CHAPITRE VI

Dispositifs et modes d'exécution relatifs aux mesures de Q en fonction de la température.

La mesure de variation du facteur de qualité d'un cristal piézoélectrique en fonction de la température ne semble guère connue que pour le quartz (35) (36) et au-dessus de la température ordinaire.

Nous avons réussi, pour la première fois croyons nous, à effectuer des mesures au-dessous de la température ordinaire, s'étendant entre -183° et $+100^{\circ}\text{C}$ environ pour le quartz, entre -183° et $+55^{\circ}\text{C}$ pour le sel de Seignette et entre -120° et $+80^{\circ}\text{C}$ pour le phosphate monoammonique. Nous ne sommes pas descendus au-dessous de -183° parce que nous disposions seulement d'oxygène liquide. D'autre part, la basse température de décomposition du sel de Seignette ($+55^{\circ}$) et les soudures entre les fils de suspension et les couches d'or déposées sur le quartz ont imposé la température supérieure atteinte.

Nous allons dans ce chapitre décrire d'abord les deux méthodes que nous avons employées pour les mesures sur le quartz, puis le cryostat employé pour effectuer les mesures au-delà de la température ordinaire.

1. Comparaison des deux méthodes utilisées pour les mesures sur le quartz.

Les mesures de ce genre sont délicates et difficiles à faire. Nous avons d'abord, pendant plusieurs semaines, effectué des mesures sur différents cristaux de quartz ordinaires, sans réussir à obtenir des résultats à peu près reproductibles. Nous avons ensuite obtenu des valeurs bien reproductibles pour le quartz dans les conditions suivantes:

- 1) en utilisant un cristal suspendu en deux points nodaux dans une enceinte vidée. (quartz SFR de 472 kHz, de coupe CT). Le fait que, pour avoir des valeurs de mesures parfaitement reproductibles, il est nécessaire d'utiliser des quartz dans le vide, est confirmé par Alers (35).
- 2) avec un oscillographe dont l'impédance d'entrée reste constante (Philips GM 5654).

Nous avons fait ces mesures d'abord uniquement d'après la méthode de la crevasse. Ce n'est que plus tard que nous nous sommes aperçus que notre méthode décrite au chapitre IV se prête au moins aussi bien que la méthode de la crevasse à des mesures de ce genre.

La reproductibilité est bien meilleure et les mesures plus rapides. Il suffit ainsi d'une minute environ pour faire une mesure à une température donnée tandis que par la méthode de la crevasse il faut une dizaine de minutes. Ceci présente un grand avantage surtout pour l'étude de la variation de "Q" avec la température puisqu'il faut alors veiller à ce que la température reste parfaitement constante pendant toute la mesure. Enfin, notre méthode est incomparablement moins gênée par une variation de tension d'alimentation. C'est ainsi que, pour ne pas être gênés par des composantes à 50 Hz dans la mesure de la tension $V_{\min}$ avec la méthode de la crevasse, nous utilisons un chauffage des lampes par accumulateurs (6 volts). Un jour, un des trois accumulateurs étant déchargé, notre méthode fonctionnait comme auparavant tandis que la méthode de la crevasse était inutilisable. Par contre, notre méthode a le léger inconvénient suivant: il est préférable d'agrandir par photo les images obtenues et de les mesurer, ce qui demande plus de temps que le calcul d'après la méthode de la crevasse. Cet inconvénient disparaît en employant une base de temps exponentielle (chapitre IV., § 3).

2. Description et utilisation de l'appareillage dans la méthode de la crevasse.

a) Le générateur.

Le générateur doit fournir une onde sinusoïdale exempte autant que possible d'harmoniques dont la stabilité de fréquence soit comparable à celle fournie par un générateur à quartz. En effet, toute variation de fréquence fausse la précision des mesures.

Nous avons essayé dans ce but les générateurs HF du commerce en leur adaptant une échelle très démultipliée. L'échelle donne en effet la possibilité d'établir exactement la fréquence désirée, mais celle-ci glisse avant qu'on puisse effectuer une mesure, surtout parce que, comme nous le verrons, toute mesure prend un certain temps. La situation est un peu meilleure avec le montage Létienne (24) mais la stabilité de fréquence n'est pas non plus suffisante.

Après plusieurs essais, nous nous sommes arrêtés au montage transitron. Nous sommes arrivés ainsi à un générateur dont la stabilité

de fréquence est comparable à celle d'un quartz. En effet, en formant une courbe de Lissajous entre l'oscillation produite par ce générateur et celle produite par un générateur contrôlé par un quartz nous avons obtenu une ellipse qui est stable pendant une demi-heure sur l'écran de l'oscillographe cathodique, à la seule condition de donner au montage le temps de prendre une température constante. A cet effet, on laisse chauffer l'appareil pendant une demi-heure avant de commencer les mesures.

Le schéma du générateur employé a été donné figure IV.4. en y ajoutant toutefois à la sortie un cathode follower. L'alimentation était stabilisée électroniquement et celle-ci était alimentée à partir du réseau par l'intermédiaire d'un Réguvolt (stabilisation magnétique de tension).

Comme on le voit sur la figure IV.1., le générateur débite dans une petite bobine. Pour rendre la tension de sortie indépendante de la charge, ce qui est indispensable pour des mesures précises, on fait la sortie par l'intermédiaire d'un cathode follower. Une lampe avantageuse pour cet usage est la 12AU7. Comme c'est une double triode, nous avons branché la deuxième triode en parallèle avec la première, doublant ainsi la pente de la triode, réduisant donc l'impédance de sortie à la moitié de l'impédance de sortie d'une seule triode. Les deux potentiomètres, l'un de $5\text{ K}\Omega$ dans la cathode de la lampe EF50 et l'autre de $10\text{ K}\Omega$ dans la cathode du cathode follower servent à doser la tension de sortie.

Pour pouvoir régler la fréquence avec un réglage fin et souple, nous avons employé une commande très démultipliée (échelle Wireless). En outre nous avons branché en parallèle sur le condensateur variable C du circuit oscillant un tout petit condensateur variable à air C', faisant office de vernier.

b) Exécution d'une mesure.

Pour déterminer les différentes grandeurs qui entrent dans la formule (IV.2.), on procède de la manière suivante:

On règle d'abord le circuit oscillant de sorte que la courbe d'impédance soit symétrique par rapport à la crevasse (nous verrons tout à l'heure comment on y parvient). Nous fermons d'abord l'interrupteur I puis nous mesurons à l'aide du voltmètre électronique la tension minima $V_{\min}$ au fond de la crevasse.

Après avoir ouvert l'interrupteur I, on augmente (pour remplacer la capacité du quartz) C jusqu'à ce qu'on obtienne la tension maxima $V_{\max}$ sur le circuit oscillant ce qu'on voit avec le voltmètre électronique.

On observe en même temps cette tension sur l'écran de l'oscillographe cathodique qui donne des indications plus rapides que le voltmètre pour réaliser le maximum.

A part $V_{\min}$ et $V_{\max}$, nous avons besoin pour calculer le Q de f_1 et f_2 c'est à dire des fréquences des deux sommets. Pour déterminer ces deux fréquences, nous procéderons de la manière suivante: nous produisons à l'aide d'un générateur stabilisé par un quartz la même fréquence f_0 que celle du quartz dont nous voulons mesurer le Q . Nous nous sommes servi dans ce but d'un montage Pierce un peu modifié (38). Le schéma de notre montage est représenté figure VI.1.

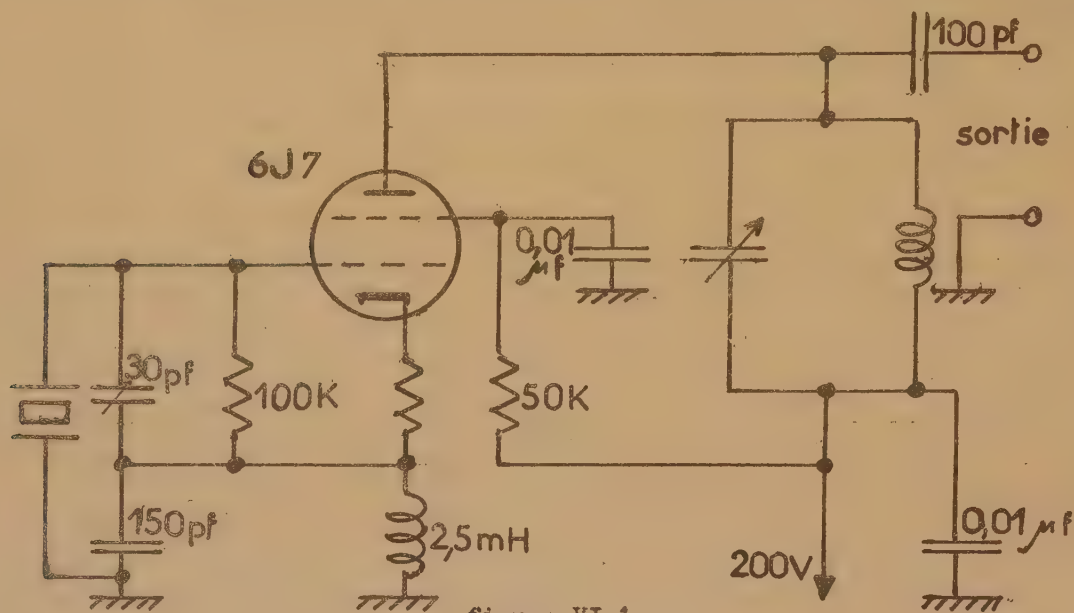


figure VI.1.

Nous réglons au préalable la fréquence du circuit oscillant LC pour que la crevasse soit symétrique. Pour ce but nous réglons la capacité du condensateur C jusqu'à ce que les fréquences f_1 et f_2 des deux sommets soient à égale distance du minimum correspondant à f_0 . On réalise ceci à l'aide de l'échelle du générateur par retouches successives jusqu'à ce que les amplitudes des deux sommets soient à peu près égales au voltmètre électronique. Pour faciliter l'opération, on observe en même temps toutes ces variations sur l'écran de l'oscillographe cathodique et sur le voltmètre électronique.

Après ce réglage préalable, on fait battre la tension du générateur transistron dont la fréquence est ajustée sur f_1 (ou f_2) d'un sommet avec la tension de fréquence f_0 issue de l'oscillateur à quartz dans une lampe mélangeuse montée d'après le montage suivant (figure VI.2)

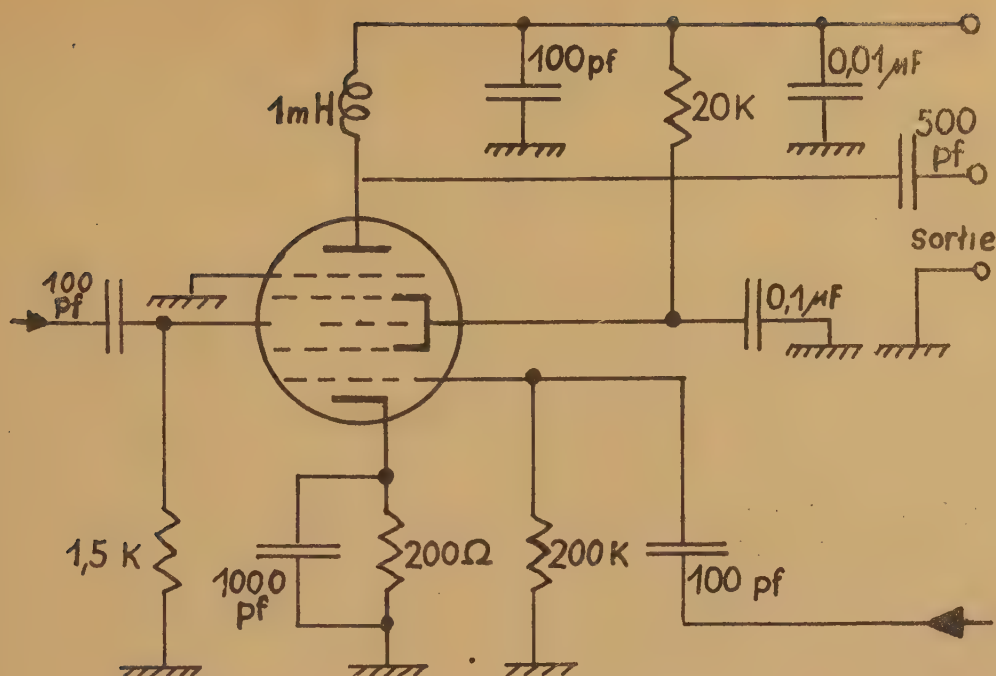


figure VI.2.

Comme les fréquences f_1 et f_2 des deux sommets ne sont pas éloignées de la fréquence f_0 du quartz, les battements sont des oscillations de basse fréquence. Pour déterminer leurs fréquences $f_1 - f_0$ et $f_0 - f_2$ nous formons sur l'écran d'un deuxième oscillographe cathodique une courbe de Lissajous entre ces battements et les oscillations d'un générateur de basse fréquence. La fréquence du générateur BF qui donne une ellipse est égale à la fréquence des battements donc égale à la différence entre la fréquence d'un sommet (f_1 ou f_2) et la fréquence de résonance (f_0).

Voici donc le schéma général de tout le montage (figure VI.3., page 96)

La dernière grandeur dont nous avons besoin pour calculer le Q du cristal est le facteur de qualité Q_0 du circuit oscillant. Nous déterminons Q_0 de la manière suivante. Le circuit oscillant LC est d'abord accordé sur f_0 par variation de C de manière à obtenir la tension maximale $V_{\max}$ à ses bornes (après avoir séparé le quartz à l'aide de l'interrupteur I). Nous varions ensuite la fréquence du générateur de part et d'autre de f_0 de sorte que $V_{\max}$ devienne $V_{\max}/2$.

Si les fréquences correspondantes sont f'_1 et f'_2 , nous avons la relation:

$$\text{largeur de bande } B = f'_1 - f'_2 = \Delta f = \frac{f_o}{Q}$$

d'où

$$Q = \frac{f_o}{\Delta f} \quad (\text{VI.1})$$

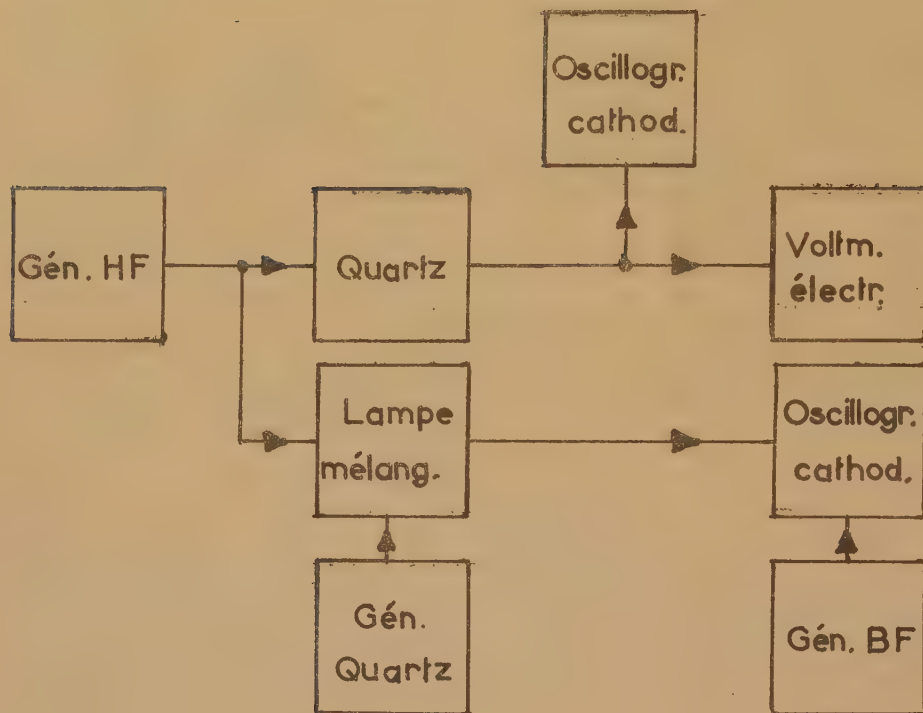


figure VI.3.

3. Dispositif pour faire varier la température du quartz.

Pour pouvoir faire varier la température du quartz, nous avons construit un appareil qui se compose de trois parties:

a) Un cylindre de laiton de 40 mm de diamètre et de 111 mm de hauteur est entouré dans toute sa hauteur d'une couche d'amiante. Sur cette couche d'amiante est bobiné un fil de résistance dans lequel on peut faire passer un courant pour varier la température dans l'intérieur du cylindre. Le bas du cylindre est fermé. Il est fermé en haut par un couvercle percé de quatre trous. On introduit le quartz à l'intérieur de ce cylindre. Le circuit oscillant est relié au quartz par un câble coaxial prolongé par deux fils isolés par des perles de porcelaine qui passent par deux des trous du couvercle. Par les deux autres trous passent les deux fils d'une soudure du couple thermoélectrique qui sont également isolés par des perles de porcelaine. Le cylindre est mis à la masse par le blindage

du câble coaxial.

b) Une enceinte de pyrex terminée par un rodage contient le cylindre précédent. La partie supérieure de ce rodage sert d'amener au câble coaxial, aux fils du chauffage, aux fils du couple thermoélectrique ainsi que pour faire le vide dans l'enceinte. Elle se termine par trois rodages dont l'un sert à introduire le câble coaxial, le deuxième sert à la sortie des fils du couple thermoélectrique et des fils du chauffage, et le troisième à faire la liaison avec la pompe à vide. Les rodages par lesquels sortent le câble coaxial et le couple thermoélectrique sont picéinés. Pour obtenir un bon vide dans l'enceinte, nous avons eu soin d'enlever à leur entrée dans le rodage l'isolement des fils qui conduisent à la soudure chaude du thermocouple. De plus, nous avons entouré les extrémités du fil coaxial avec du vacoplast.

Le schéma de cet appareil est donné figure VI.4., page 98.

c) Un vase de Dewar fermé par un chapeau de maillechort qui supporte l'enceinte en pyrex. Ce chapeau est pourvu en plus des deux tubes pour faire traverser l'appareil en pyrex, de deux autres tubes, l'un pour l'introduction de l'oxygène liquide et l'autre pour la sortie des vapeurs d'oxygène liquide. Grâce à un cylindre de caoutchouc découpé dans une chambre à air d'auto, le chapeau s'applique d'une manière étanche sur les bords du vase Dewar, dans lequel est plongé tout l'appareil en pyrex et dans lequel on introduit de l'oxygène liquide pour refroidir. De même, de petits tubes de caoutchouc rendent étanches les passages des tubes de verre de l'appareil à travers les tubes de maillechort du chapeau.

4. Mesure de la température.

Elle a lieu au moyen d'un couple thermoélectrique en cuivre-constantan. La variation de la force électromotrice en fonction de la température peut bien être représentée par une équation du deuxième degré. Le cuivre a aussi sur le fer le gros avantage de ne pas rouiller lorsque de l'humidité pénètre accidentellement aux basses températures, ce qui le fait préférer bien que sa force électromotrice soit légèrement inférieure à celle du couple fer-constantan. Enfin, le couple cuivre-constantan permet d'économiser deux soudures, étant donné que les extrémités du couple doivent être toujours terminées par des fils de cuivre.

La force électromotrice du couple est mesurée par la méthode d'opposition de Poggendorff dans un montage potentiométrique indiqué

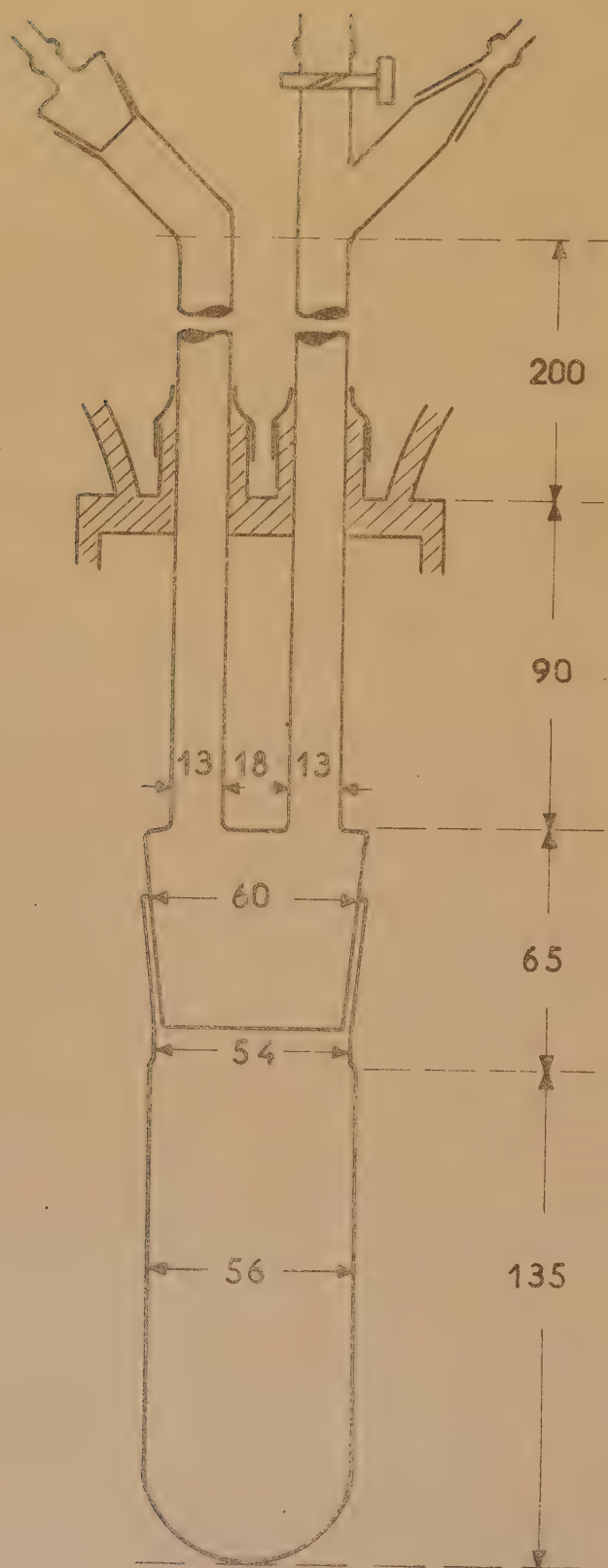


Fig. VI 4

figure VI.5. La force électromotrice qui compense la force thermoélectrique est comparée et contrôlée par une pile étalon avec un potentiomètre AOIP.

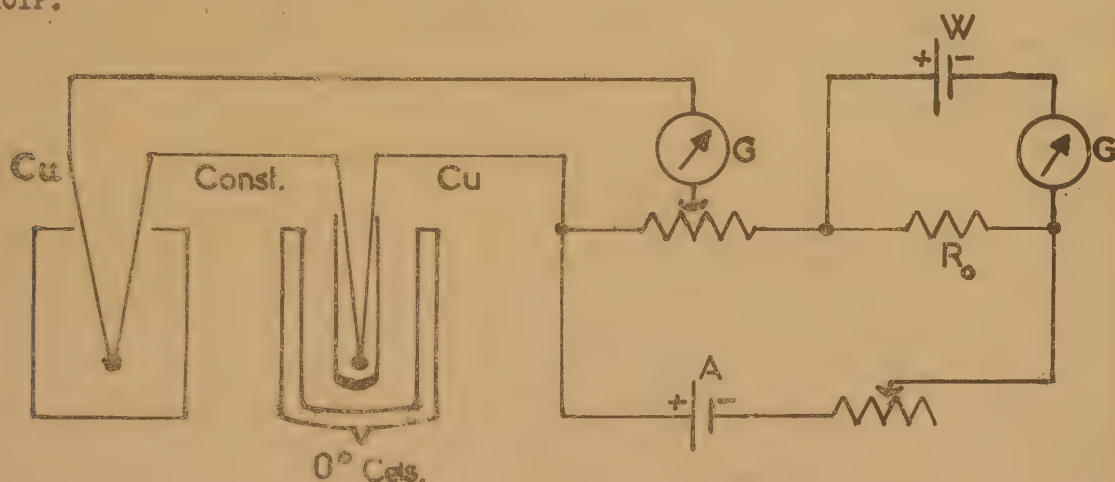


figure VI.5.

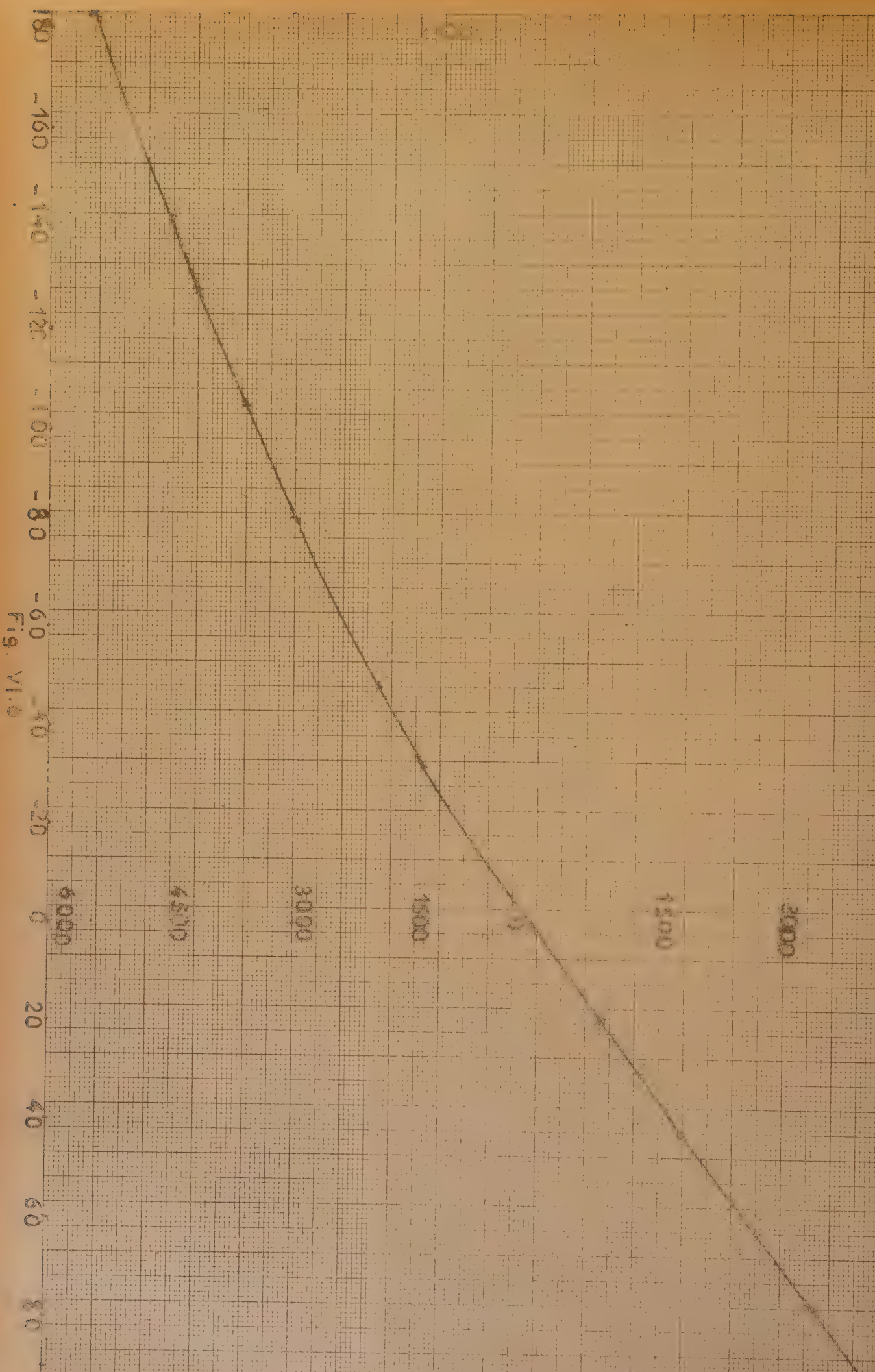
La courbe d'étalonnage du couple thermoélectrique est donnée figure VI.6., page 100.

5. Marche d'une expérience.

On opère de la manière suivante dans les mesures aux basses températures: On fait le vide dans l'appareil puis on introduit de l'oxygène liquide dans le vase de Dewar; on attend jusqu'à ce que la température du couple thermoélectrique qui se trouve à côté du quartz suspendu dans le tube de verre ne change plus. On mesure alors toutes les grandeurs qui servent à calculer le χ du quartz à part de Q_0 qui a été préalablement mesuré. Pendant toutes les mesures suivantes, on maintient le vide dans l'appareil.

Si l'on veut passer à une température plus élevée, on chauffe électriquement le cylindre. Pour cela, on règle à l'aide d'un autotransformateur (variac), dont on peut varier la tension, le courant de chauffage à une valeur telle que la température dans l'intérieur du cylindre reste stable. Le chauffage par effet Joule compense alors exactement le refroidissement dû à l'oxygène liquide. Ceci est réalisable à n'importe quelle température supérieure à la température de l'oxygène liquide (-183°).

On procède d'une manière analogue au-dessus de zéro degré. Pour maintenir stable la température, il suffit alors de doser l'intensité de courant de chauffage pour juste compenser les pertes de chaleur par radiation et conductivité.



CHAPITRE VII

Résultats concernant le facteur de qualité et discussion.

1. Introduction.

Le quartz a été dès le début et est resté le plus recherché des cristaux piézoélectriques à cause de ses excellentes qualités mécaniques et piézoélectriques, spécialement en ce qui concerne le facteur de surtension. Comme nous l'avons déjà indiqué au chapitre I, on est parvenu à créer des cristaux synthétiques tels que le sel de Seignette, le phosphate monoammonique, le titanate de baryum qui, par leur facteur de couplage, sont supérieurs au quartz. On leur donnera donc la priorité quand il s'agit d'une transformation d'énergie mécanique en énergie électrique.

Il existe un cristal synthétique, le tartrate d'éthylène diamine qui possède un facteur de qualité du même ordre de grandeur qu'un quartz ordinaire. D'autres, comme le sel de Seignette et le phosphate monoammonique, ont un facteur de qualité Q qui s'approche de celui d'un quartz ordinaire. Mais aucun cristal piézoélectrique ne possède en même temps des qualités mécaniques, chimiques et piézoélectriques aussi bonnes que le quartz. C'est pourquoi l'on essaie de fabriquer le quartz synthétique (39) et en même temps de trouver d'autres cristaux piézoélectriques de propriétés intéressantes. Il est probable que d'autres cristaux piézoélectriques seront utilisés, à côté du quartz, même quand on a besoin d'un Q élevé parce que leur élevage est plus simple et plus économique que celui du quartz.

Etant donné l'importance du quartz, nous l'étudierons en premier. Nous y ajoutons ensuite un paragraphe qui traite les causes de l'amortissement des vibrations d'un cristal piézoélectrique.

En ce qui concerne les autres cristaux piézoélectriques, nous avons attribué plus d'importance au sel de Seignette et au phosphate monoammonique que nous avons élevés dans notre laboratoire. Nous

consacrerons donc deux paragraphes à l'étude de ces deux cristaux. Nous donnerons ensuite dans un quatrième paragraphe les résultats concernant les autres cristaux piézoélectriques. Enfin nous ferons dans un dernier paragraphe la discussion et la conclusion.

Voici donc le plan de ce chapitre:

- 2) Etude du Q du quartz a) à la température ordinaire
b) variation thermique du Q du quartz
- 3) Causes de l'amortissement des vibrations d'un cristal piézoélectrique.
- 4) Amortissement des vibrations des différents harmoniques d'un quartz.
- 5) Etude du Q du sel de Seignette:
a) à la température ordinaire
b) variation de Q en fonction de la température.
- 6) Etude du Q du phosphate monoammonique:
a) à la température ordinaire
b) variation de Q en fonction de la température.
- 7) Etude du Q des autres cristaux piézoélectriques.
- 8) Discussion et conclusion.

2. Etude du Q du quartz.

a) Etude du Q du quartz à la température ordinaire.

Il existe beaucoup de mesures du Q du quartz (ou, ce qui revient au même, du décrément logarithmique δ) à la température ordinaire. Nous n'en citerons que les plus connues: Dye (40) applique la méthode de la crevasse décrite au chapitre IV, paragraphe 1, en mesurant le courant de HF à l'aide d'un thermocouple à fils croisés et d'un galvanomètre. La méthode utilisée par van Dyke (41, 42, 43) consiste dans la production d'une interruption brusque des oscillations et dans la mesure de l'amortissement. Une méthode similaire a été utilisée par Bosshard et Busch (44) et par Brown (45) qui mesurent l'amortissement à l'aide d'un oscillographe cathodique.

Chaikin (21) a mesuré, à l'aide d'une galène et d'un galvanomètre ballistique, le courant donné par un quartz excité. Il utilise un disque tournant muni d'un contact métallique pour mesurer le temps. Gockel (22) utilise la même méthode en remplaçant le disque tournant par une pendule de Helmholtz. Ces mesures sont longues et difficiles à effectuer.

D'autres chercheurs appliquent des méthodes similaires.

Si l'on n'a pas besoin d'une très grande précision, la mesure de Q d'un quartz bien taillé est rapide avec notre méthode décrite au chapitre V, paragraphes 2 et 3. Cette mesure est un peu plus longue mais plus précise avec les autres méthodes décrites au même chapitre. Elle est toujours très facile à faire.

Nous avons déterminé par ces méthodes à la température de 20°C les valeurs de Q de cristaux de quartz citées ci-dessous. Ces valeurs corrigées suivant les indications du chapitre IV, paragraphe 5, sont données dans le tableau suivant:

Tableau I.

No.	1 Quartz de coupe	2 Mode de suspension	3 Provenance de l'échantillon	4 Pression	5 Fréquence	6 Q
1	NT	par fils en deux noeuds; quartz argenté.	SEPE	ordinaire	100 KHz	6 000
2	X	libre entre électrodes métalliques	SEPE	ordinaire	472 KHz	23 800
3	CT	par fils en deux noeuds; quartz doré	SFR	vide	472 KHz	94 000
4	X	libre entre électrodes métalliques	USA	ordinaire	1 MHz	65 500
5	X	libre entre électrodes métalliques	SEPE	ordinaire	1 MHz	68 000

b) Variation thermique de Q du quartz.

L'étude de cette variation thermique a été faite par Alers (35) sur un barreau de quartz dont la longueur était parallèle à l'axe OY. Ce barreau effectuait des oscillations longitudinales dont la fréquence fondamentale était de 21 KHz. Ses mesures ont été effectuées uniquement à haute température, entre 200 et 440°C . La méthode utilisée consistait à exciter par la tension d'un oscillateur appliquée entre les électrodes du barreau. On évalue la variation de fréquence nécessaire

pour augmenter du simple au double la résistance du circuit électrique équivalent au cristal, résistance que l'on mesure à l'aide d'un pont d'impédance. On peut alors déterminer Q par la formule (voir VI,1):
$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$
. Alors observe un minimum de Q vers 240°C et un maximum vers 340°C .

Une autre étude de variation de Q à haute température a été effectuée par Cook et Breckenridge (36) entre 50 et 350°C environ. Le quartz avait la forme d'un barreau de longueur parallèle à l'axe OY , et était excité de manière à effectuer des oscillations de torsion. La mesure a été faite sur deux barreaux de quartz égaux. La fréquence propre du barreau était 36 KHz à la température ordinaire. Le cristal s'appuyait sur des couteaux en deux points nodaux. Le barreau était mis en vibration par un générateur extérieur puis, lorsqu'il oscillait, le générateur était coupé. On observait ensuite les oscillations amorties en fonction du temps.

Il n'y a qu'un petit domaine de température entre 50°C et 100°C qui soit commun avec notre étude. Dans ce domaine la variation de Q , nette, surtout chez l'un des deux barreaux, se fait dans le même sens que dans nos expériences: Q diminue de 50°C à 100°C .

Enfin, Bosshard et Busch (44) ont étudié d'une manière qualitative la variation du décrément logarithmique d'un quartz entre -150°C et $+50^\circ\text{C}$ avec seulement deux mesures: une à la température ordinaire et l'autre à -100°C , où, comme nous ils trouvent un amortissement plus élevé.

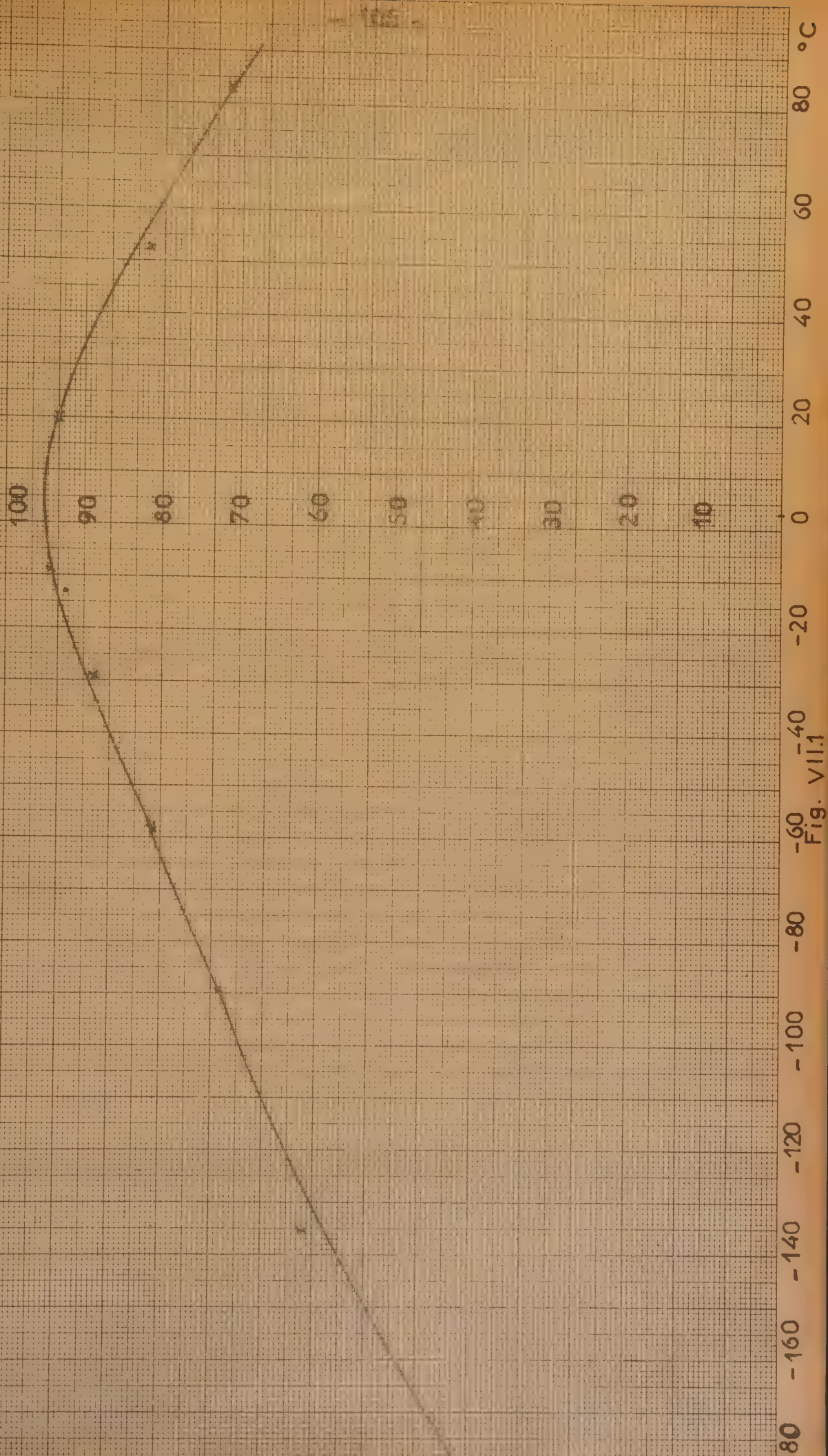
Nous avons effectué nos mesures entre -183°C et $+100^\circ\text{C}$ sur un quartz de 472 KHz , de coupe CT, suspendu dans le vide par deux fils soudés au milieu des deux faces opposées dorées. Le mode de vibration étant un cisaillement de surface, les points de suspension représentent deux noeuds de vibration.

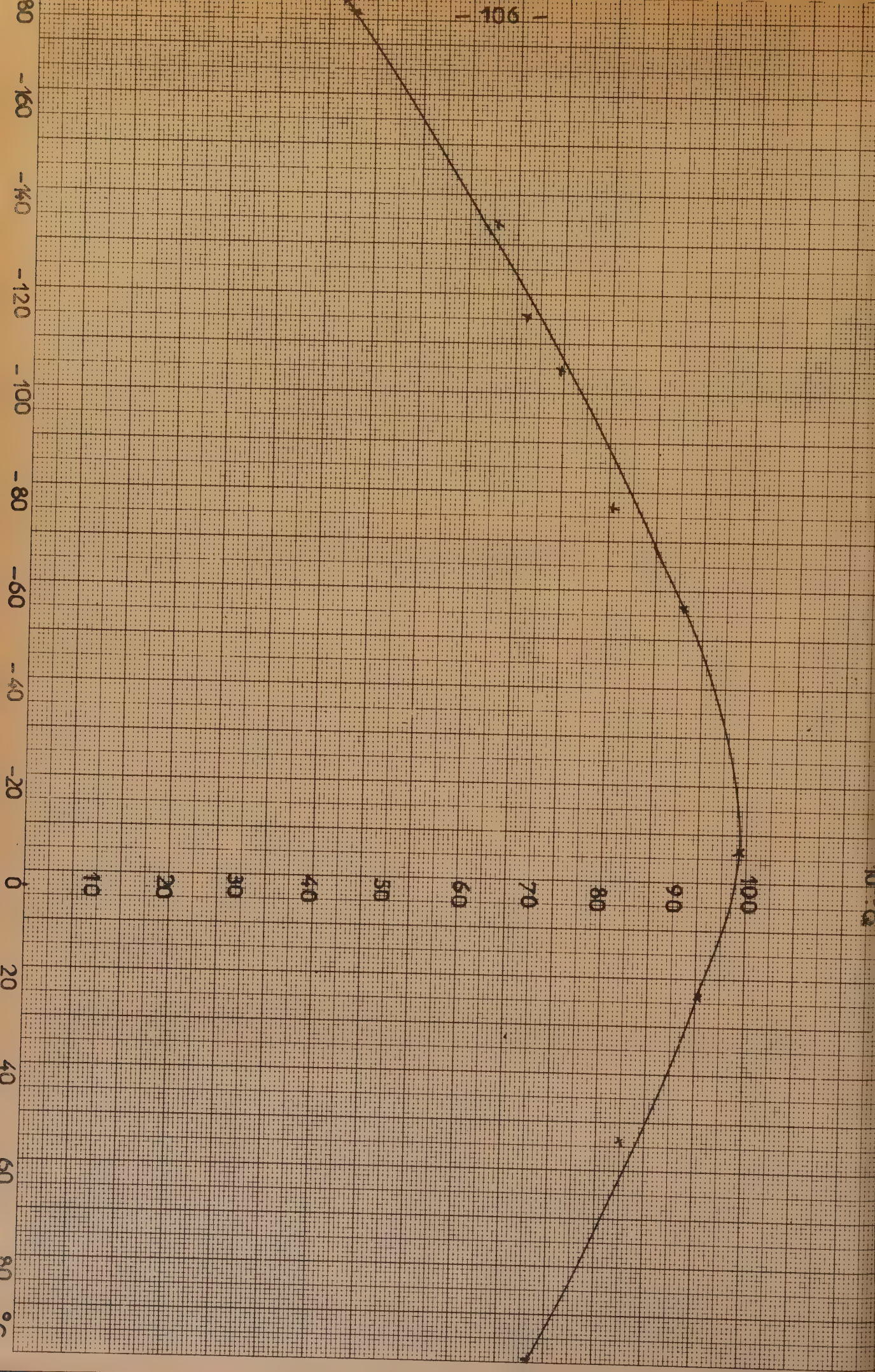
Nous avons fait les mesures d'après la méthode de la crevasse décrite au chapitre IV, paragraphe 1 et d'après notre méthode donnée au chapitre IV, paragraphe 3.

Les résultats de ces mesures sont représentés figure VII,1, page 105 d'après la méthode de la crevasse et figure VII,2, page 106 d'après notre méthode.

3. Causes de l'amortissement des vibrations d'un cristal piézoélectrique.

Revenons à la définition énergétique du facteur de qualité Q : (voir chapitre II, page 7).





$$\frac{Q}{2\pi} = \frac{\text{énergie moyenne accumulée par période}}{\text{énergie perdue par période}}$$

Nous avons en prenant les inverses :

$$\frac{2\pi}{Q} = \frac{\text{énergies perdues par période}}{\text{énergie moyenne accumulée par période}} \quad (\text{VII.1})$$

Considérons un cristal piézoélectrique vibrant dans l'air. Si l'on supprime le champ électrique exciteur, les vibrations ultra-sonores de ce cristal s'amortissent pour trois raisons :

- 1°) travail fourni contre l'air extérieur.
- 2°) énergie dissipée dans le support du cristal.
- 3°) frottement intérieur dans le réseau cristallin s'il s'agit d'un monocristal (s'il s'agissait d'une céramique cristalline, on aurait de plus un frottement entre grains).

L'énergie dissipée se compose donc de :

W_1 énergie rayonnée dans l'air

W_2 énergie transmise au support

W_3 énergie transformée en chaleur dans le cristal lui-même.

On peut écrire puisque $\frac{2\pi}{Q} = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{W}$

que $\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} + \frac{1}{Q_3} \quad (\text{VII.2})$

avec $\frac{2\pi}{Q_1} = \frac{W_1}{W} \quad \frac{2\pi}{Q_2} = \frac{W_2}{W} \quad \frac{2\pi}{Q_3} = \frac{W_3}{W}$

ou encore en faisant intervenir le décrément logarithmique $\delta = \pi/Q$:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \quad (\text{VII.3})$$

avec $\delta_1 = \pi/Q_1 \quad \dots\dots \delta_3 = \pi/Q_3$

Ordre de grandeur de ces trois décréments.

Pour avoir une idée des ordres de grandeur relatifs de ces trois décréments, considérons le cas d'un cristal de quartz vibrant suivant son épaisseur d . Prenons celle-ci égale à 0,9 mm comme celle du cristal que nous avons étudié au no. 4 de notre tableau. Nous avons alors (46) :

$$\delta_3 = 4,35 \cdot 10^{-6}/d \quad \text{d'où} \quad Q_3 = 10^6 d / 4,35 = 65\,500$$

Comparons à cette valeur de Q_1 la valeur de Q_2 que l'on obtiendrait en supposant que le cristal ait sur une face un contact parfait avec son support en laiton.

On aurait (47)
$$\delta_2 = \frac{2 \rho_0 v_0}{\rho v} \quad (\text{VII.3})$$

où $\rho_0 v_0 = 3,61 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$

pour le laiton (48) et $\rho v = 1,52 \cdot 10^6$ pour le quartz (48)
d'où $\delta_2 = 4,75$ et $Q_2 = \pi/\delta_2 = 0,66$

Ceci est absolument contraire à nos expériences qui ont donné des valeurs de Q de plusieurs dizaines de mille. C'est donc que le quartz vibre sur un support à peu près immobile et qu'il n'y a pas de contact quartz/laiton, mais une couche d'air entre les deux solides. Seuls quelques points isolés sont en contact avec le métal. Nous considérerons donc que le cristal a deux faces qui vibrent dans l'air et que l'on a simplement:

$$\delta = \delta_3 + \delta_1$$

avec $\delta_1 = 4 \frac{\rho_1 v_1}{\rho v}$

$\frac{\rho_1 v_1}{\rho v}$ relatif à l'air
 $\frac{\rho_1 v_1}{\rho v}$ relatif au quartz

$\rho_1 v_1 / \rho v = 2,9 \cdot 10^{-5}$ à la pression atmosphérique (49)

On a donc $\delta_1 = 11,6 \cdot 10^{-5}$ et $Q_1 = 27 \cdot 100$

La valeur résultante de Q serait donnée par:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_3} = \frac{1}{65\,500} + \frac{1}{27\,100} \neq \frac{1}{18\,000}$$

L'exemple précédent nous montre:

- 1) que l'amortissement dû au support peut être négligé
- 2) que l'amortissement dû à l'air est considérable

Ceci est tout à fait conforme à ce que l'expérience nous a montré.

L'amortissement dû à l'air se voit d'autant mieux sur l'écran de l'oscillographe que le facteur de qualité Q_3 du cristal dans le vide est plus élevé. L'influence sur l'amortissement d'un cristal piézoélectrique du milieu dans lequel le cristal se trouve plongé a été étudié par Baumgardt (50) qui

illustre bien l'influence de l'air et d'un liquide sur la courbe de résonance d'un quartz.

4. Amortissement des vibrations des différents harmoniques d'un quartz.

La vibration d'un barreau obéit à l'équation différentielle classique (voir équations (II.10) et (II.11) page 10)

$$v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \quad (\text{VII.4})$$

où la vitesse de propagation v est reliée au module d'Young E et à la densité ρ par: $v^2 = E/\rho$; y est l'abscisse et η l'élongation.

S'il y a frottement interne, il faut remplacer (46,51) E par $E_0(1+j\varphi)$ où φ l'angle de phase est indépendant de la fréquence.

Un barreau de longueur $2l$ fixé en son milieu (voir figure II.1, page 9) a la pulsation propre:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{voir page 13})$$

Une vibration relative à l'harmonique k ($k = 0, 1, 2, \dots$) est:

$$\eta = \eta_0 e^{j\omega_0(1+2k)t} e^{-\frac{\omega_0}{2}\varphi(1+2k)t} \sin \mu y \quad (\text{VII.5})$$

où $\mu = \frac{\pi + 2k}{2l}$ avec $k = 0, 1, 2, \dots$

Cette oscillation s'amortit comme $e^{-\frac{\omega_0}{2}\varphi(1+2k)t}$

ou $e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau_k = \frac{2}{\omega_0 \varphi (1+2k)}$

D'après la relation générale $Q = \pi f \tau$ nous avons:

$$Q_k = \omega_0(1+2k) \frac{\tau_k}{2} = \frac{\omega_0(1+2k)}{2} \frac{2}{(1+2k)\omega_0 \varphi} = \frac{1}{\varphi} \quad (\text{VII.6})$$

Si l'on admettait comme Wagner (52) que φ est indépendant de la fréquence, il en serait de même de Q qui devrait être le même pour les harmoniques et le fondamental.

Nous avons mesuré à la température de 20°C le facteur de surtension d'un quartz SFR de coupe CT suspendu dans le vide pour le fondamental 472 KHz et l'harmonique 2. Toutes corrections faites, nous avons trouvé:

pour 472 KHz: $Q = 94\ 000$

pour 944 KHz: $Q = 187\ 000$

On voit que le rapport Q harmonique $2/Q$ fondamental est égal à 2 aux erreurs d'expérience près.

Alers (35) a mesuré le Q d'un quartz de 21 KHz et celui de son harmonique 2 entre 200°C et 420°C .

Ses résultats coïncident à peu près avec les nôtres entre 240°C et 360°C : le rapport Q harmonique $2/Q$ fondamental est à peu près égal à 2. Par contre, ce rapport est à peu près égal à l'unité entre 200°C et 240°C , et entre 380°C et 420°C . De 360°C à 380°C il prend des valeurs intermédiaires.

5) Etude de Q du sel de Seignette

a) à la température ordinaire.

Le Q du sel de Seignette à la température ordinaire a été étudié par Gockel (22) par la méthode indiquée page 102. Le Q obtenu était de 4300 pour un échantillon de coupe X - 45° lorsque l'échantillon était couvert d'un vernis et 7300 lorsqu'il n'avait pas de vernis.

Nous avons effectué d'abord des mesures sur de petits grains mais ensuite sur des cristaux taillés qui donnent des valeurs mieux définies de Q .

Nous avons étudié d'abord la coupe Y qui nous a donné à la température ordinaire une valeur de:

$$Q = 1700$$

Toutefois c'est surtout la coupe X (figure VII.3a) et la coupe X- 45° (figure VII.3b) qui sont intéressantes parce que la constante piézoélectrique est alors maxima. Un cristal de Seignette taillé suivant X - 45° présente une constante piézoélectrique supérieure à celle de tous les autres cristaux piézoélectriques connus. On obtient la coupe X - 45° en taillant dans une coupe X une lame dont la grande dimension fait un angle de 45° avec les axes Y et Z (fig. VII.3b).

Le mode de vibration de la coupe X et de la coupe X - 45° est un cisaillement.

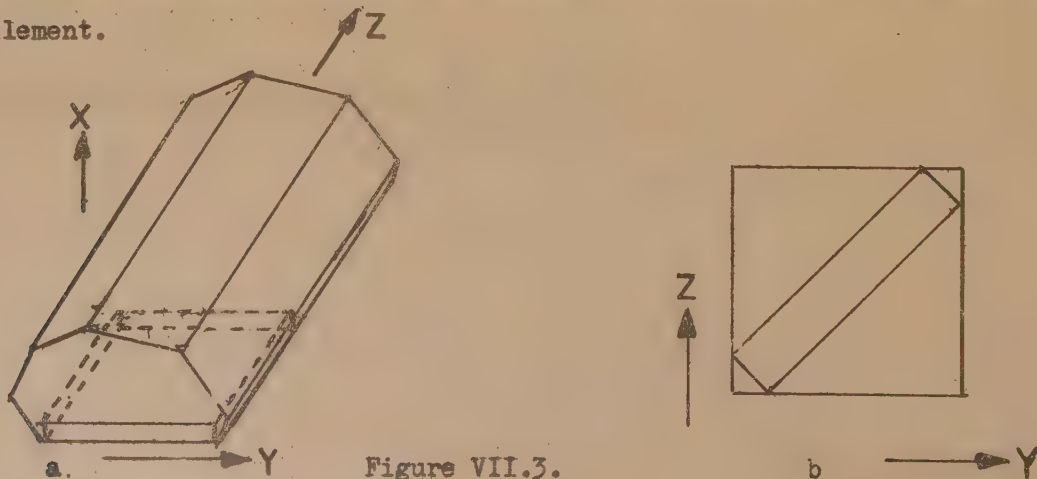


Figure VII.3.

Une coupe X - 45° nous a donné à la température ordinaire dans le vide: $Q = 3500$

Les expériences faites avec des cristaux de sel de Seignette taillés ainsi que celles faites avec d'autres cristaux piézoélectriques, nous ont montré que la distance entre le cristal et les électrodes influence beaucoup l'amplitude d'oscillation. Il ne faut pas que les électrodes soient trop serrées parce que sinon le cristal ne peut pas bien osciller. Il faut d'autre part que la distance entre les électrodes ne soit pas trop grande, parce qu'alors le champ électrique d'excitation devient trop faible et si le cristal plonge dans l'air, l'énergie est encore absorbée par l'air. Il faut éviter que la distance entre l'électrode et le cristal soit telle que des ondes ultrasonores stationnaires puissent s'établir dans la couche d'air séparant l'électrode du cristal. Des phénomènes identiques se produisent avec le quartz (55). On trouve un intervalle optimum donnant le maximum d'amplitude.

La fréquence fondamentale d'une coupe X - 45° est donnée par la formule (57):

$$f = \frac{2100}{l} \text{ KHz} \quad (\text{VII.6})$$

où l est la longueur du cristal en mm.

Outre la fréquence fondamentale, pour laquelle on obtient la plus grande amplitude d'oscillation, nous avons encore remarqué l'existence d'une série d'autres fréquences sur lesquelles le cristal de sel de Seignette peut osciller. Ces fréquences ne sont pas toutes des harmoniques de la fréquence fondamentale; par exemple pour un cristal de sel de Seignette taillé on trouve une forte oscillation à: 432 KHz, à 448 kHz et à 482 KHz. Ces fréquences peuvent constituer tout un spectre. Ainsi nous avons remarqué pour un cristal de sel de Seignette dont la fréquence fondamentale était de 262 KHz entre les fréquences 262 KHz et 264,5 KHz 58 pointes de résonance. Ceci est tout à fait analogue à ce qui a été observé pour la constante diélectrique par Busch (56).

Nous donnons dans le tableau 2 le résultat des mesures de Q , effectuées sur de petits grains à la température de 20°C.

Tableau II.

No.	Nom du cristal	Système de cristallisation	Provenance de l'échantillon	Pression	Fréquence	Q
1	Sel de Seignette	orthorombique	élevé dans notre laboratoire	ordinaire	258 KHz	2100
2	"	"	"	1 mm Hg	258 "	3500
3	"	"	"	ordinaire	294 "	3300
4	"	"	"	1 mm Hg	294 "	7000
5	"	"	"	ordinaire	300 "	4400
6	"	"	"	1 mm Hg	300 "	7400
7	"	"	"	1 mm Hg	305 "	7500
8	"	"	"	1 mm Hg	252 "	3400

b) Variation, en fonction de la température, de Q chez une coupe X.

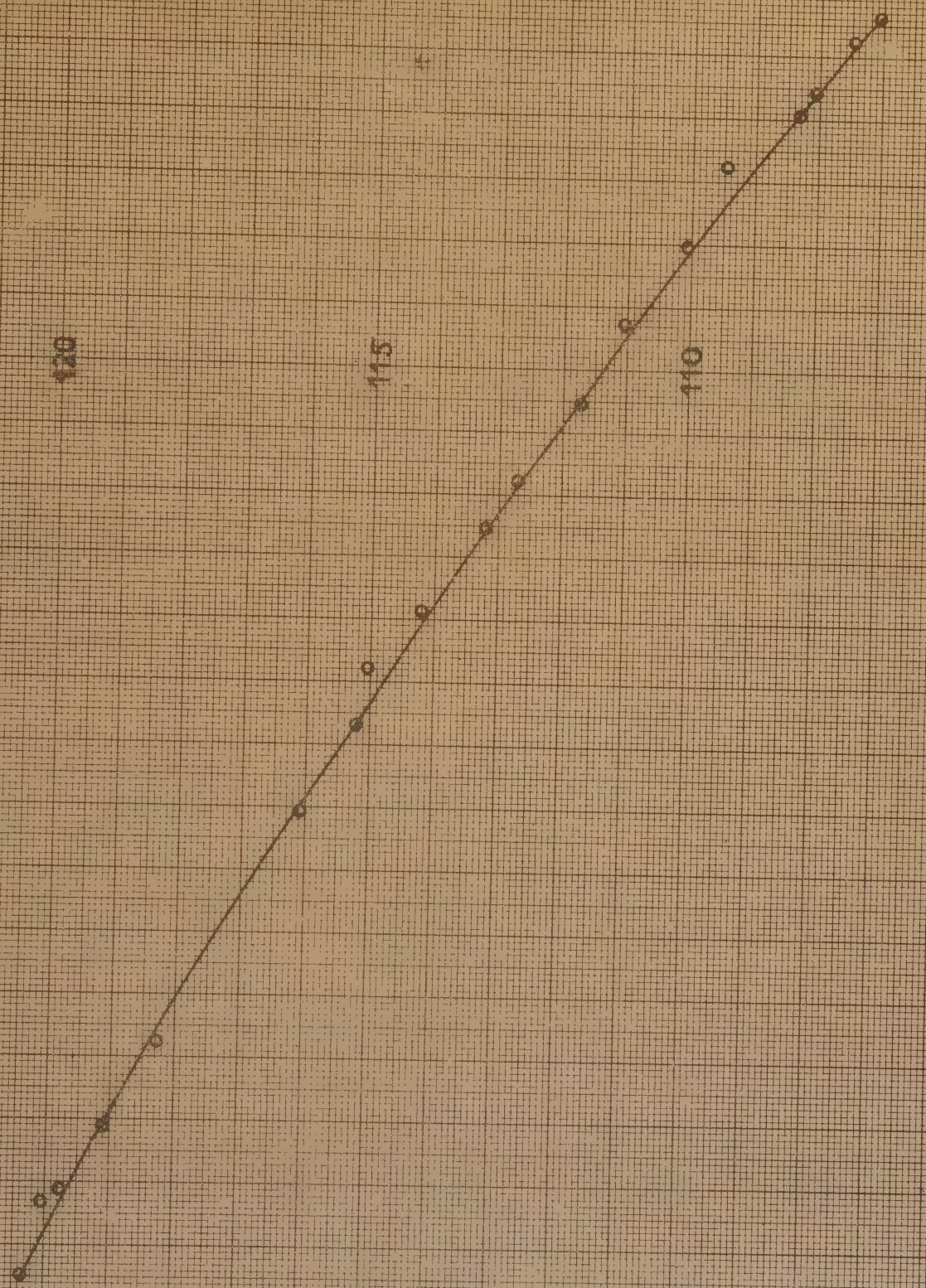
Signalons tout d'abord que Mason (63) a mesuré autrefois en fonction de la température le facteur de qualité d'une coupe X - 45°; mais dans un domaine de température ($-20 + 48^{\circ}\text{C}$) beaucoup plus restreint que nous.

Une telle étude est délicate en raison de deux difficultés. Si l'on opère dans l'air de l'humidité se condense sur le cristal aux basses températures et l'amortit. Si l'on opère dans le vide, il peut arriver au-dessus de la température ordinaire que le cristal perde de son eau de cristallisation avec apparition de taches blanches à sa surface et cesse d'osciller. Ces taches ont déjà été citées par Mason (64).

Nous avons opéré sous vide et avons mesuré simultanément Q, la fréquence d'oscillation, et la tension donnée par l'oscillation du cristal au point P (curseur du potentiomètre, fig. IV.3. page 54).

La variation de fréquence en fonction de la température est élevée (fig. VII.4. page 113). La fréquence passe de 108 à 120 KHz lorsque la température t s'abaisse de $+50^{\circ}\text{C}$ à -136°C . Au voisinage

KMP



de 0°C, nous avons trouvé $\frac{dF}{F dt} = -6,5.10^{-4}$ tandis que pour une coupe X - 45°, on peut déduire des résultats de Mason (63) $\frac{dF}{F dt} = -5,8.10^{-4}$ valeur voisin de la nôtre.

On peut essayer de comparer ces valeurs de $dF/F dt$ avec celles que l'on déduirait, à partir de $F = \frac{1}{1} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ en prenant comme approximation grossière: $dF/F dt = \frac{1}{2} \frac{dE}{E dt} - \frac{5}{2} \frac{d\rho}{\rho dt}$ comme (66) $\frac{d\rho}{\rho dt} \neq 4,4.10^{-5}$

on a :

$$\frac{1}{2} \frac{dE}{E dt} = \frac{dF}{F dt} + \frac{5}{2} \frac{d\rho}{\rho dt} = -6,5.10^{-4} - 1,1.10^{-4} = -7,6.10^{-4}$$

La tension d'oscillation du cristal a varié avec la température d'une manière analogue à Q, donc, comme on va le voir, assez compliquée.

Le phénomène le plus remarquable que nous avons constaté est une diminution considérable de Q dans la région de l'un ou l'autre des deux points de Curie. De plus, nous avons observé une chute très rapide au voisinage du point de fusion. Après ouverture de l'appareil, nous avons constaté que la surface du cristal était devenue visqueuse. Enfin, vers -140°C, une diminution de Q a été observée aussi bien par photographie que par mesures directes sur l'écran de l'oscillographe cathodique.

Nous donnons figure VII.5, page 115, la courbe représentant la variation thermique de Q.

Nos résultats diffèrent très notablement de ceux de Mason, mais ceci ne doit pas surprendre puisque les siens sont relatifs à une coupe X - 45° et les nôtres à une coupe X. A la différence de Mason, nous avons observé un maximum très prononcé entre les deux points de Curie qui dépasse de beaucoup la valeur maxima que Q atteint entre le point de Curie supérieur et la température de fusion.

L'amortissement considérable, observé dans la région des points de Curie, peut être attribué à un état de désordre dans les domaines dont la dimension et l'orientation subiraient des fluctuations importantes avant de retrouver à des températures différentes un nouvel état d'équilibre. Ces fluctuations provoquent une absorption des vibrations ultrasonores d'une manière tout à fait analogue à l'absorption de la lumière par opalescence au voisinage du point critique.

6) Etude du Q du phosphate monoammonique.

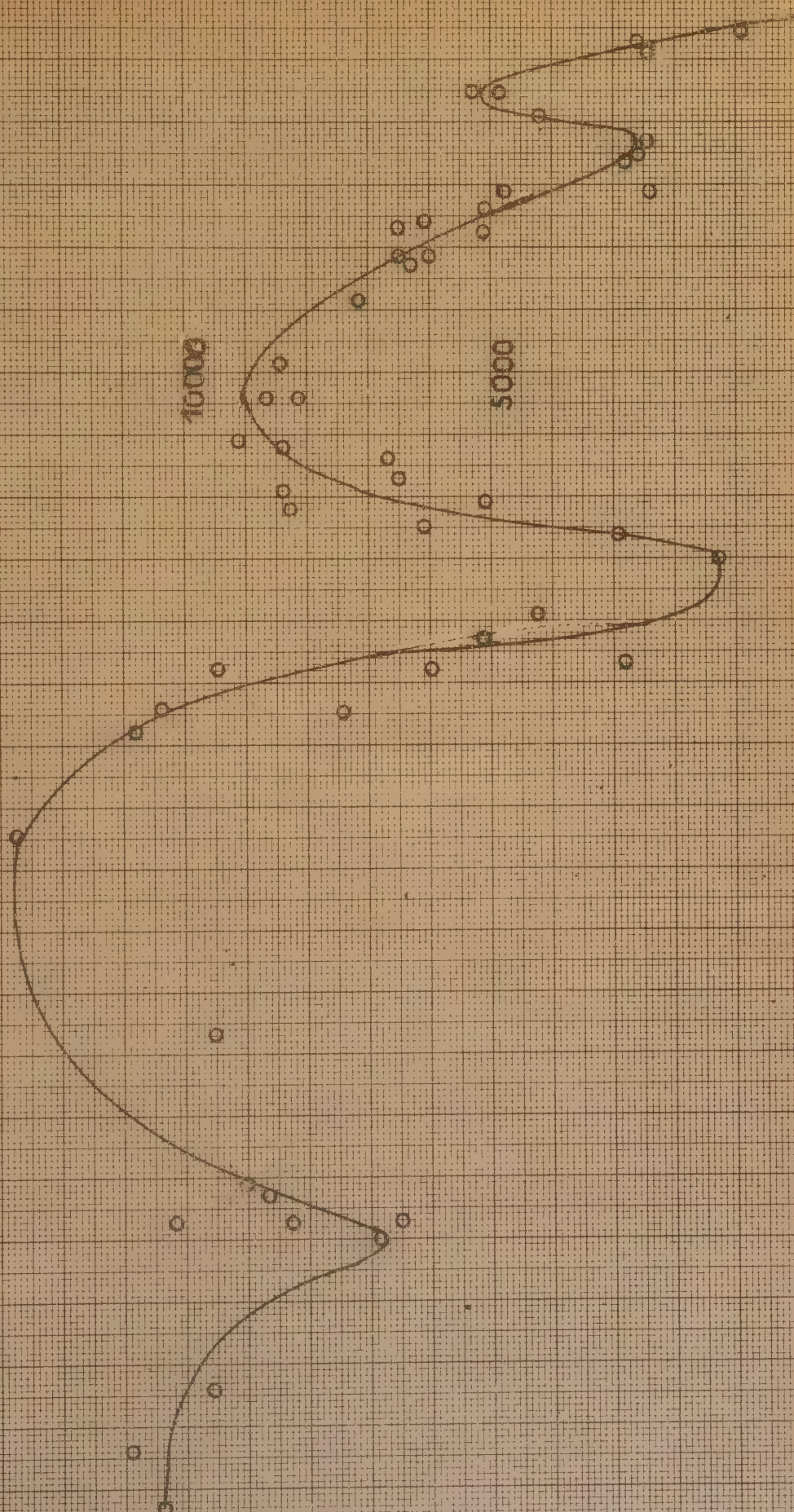
a) à la température ordinaire.

Nous n'avons trouvé pour cette substance aucune valeur publiée

15000

10000

5000



de Q , ni à la température ordinaire, ni à une température plus élevée.

Le phosphate monoammonique cristallisant sans eau de cristallisation, est beaucoup moins sensible aux changements de pression et de température que le sel de Seignette. Le phosphate monoammonique cristallise dans le système tétragonal. On peut obtenir d'une manière relativement facile des cristaux par refroidissement régulier de la solution saturée. En général, c'est un sel de propriétés piézoélectriques remarquables: il a un Q relativement grand et un facteur de couplage électromécanique k élevé (30 %). De plus, il reste stable entre de larges variations d'humidité (jusqu'à 93 %). Le mode de vibration le plus favorable est le cisaillement de surface. Les coupes les plus utilisées sont la coupe Z et la coupe Z - 45° qui, d'une manière analogue à la coupe X- 45° du sel de Seignette, forme un angle de 45° avec l'axe X et Y (figure VII.6)

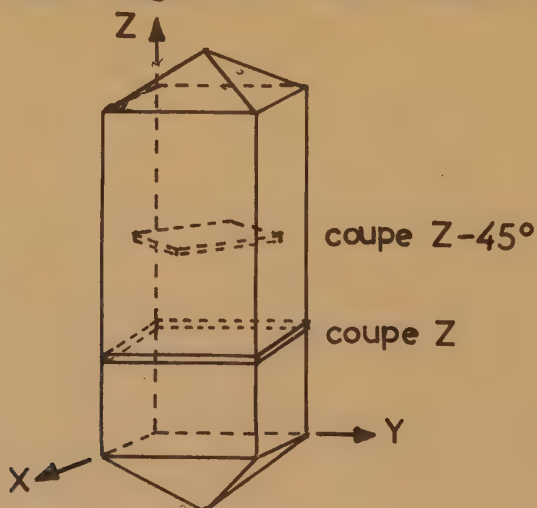


Figure VII.6.

Nous avons utilisé pour nos recherches une coupe Z et nous l'avons fait osciller entre deux électrodes planes horizontales. Le cristal reposait uniquement sur l'électrode de base. Il est indiqué de bien polir la surface du cristal et la surface sur laquelle il repose. Entre l'électrode supérieure et le cristal, il est recommandé de laisser un intervalle d'environ un demi-millimètre. On trouve empiriquement la meilleure position. De toute façon, il ne faut pas que l'électrode supérieure touche le cristal parce que ses oscillations deviendraient très amorties. L'épaisseur du cristal n'a aucune influence sur sa fréquence fondamentale. La figure VII.7, page 71 donne à la température de 20° et à la pression ordinaire la courbe d'amortissement du cristal dont nous nous sommes servis.

Nous donnons enfin un petit tableau des résultats de quelques mesures de Q effectuées sur de petits grains de phosphate monoammonique à 20°C.

Tableau III.

No.	Nom du cristal	Système de cristallisation	Provenance de l'échantillon	Pression	Fréquence	Q
1	Phosphate monoammonique (ADP)	tétragonal	élevé dans notre laboratoire	ordinaire	280 KHz	4100
2	"	"	"	1 mm Hg	300 "	9800
3	"	"	"	"	330 "	7400
4	"	"	"	"	280 "	16000
5	"	"	"	"	416 "	4800
6	"	"	"	"	503 "	6400
7	"	"	"	"	692 "	13000

b) Variation de Q en fonction de la température.

Nous avons étudié le facteur de surtension du phosphate monoammonique entre - 125°C et + 80°C environ.

Le cristal de $\text{PO}_4\text{H}_2\text{NH}_4$ oscille bien de + 80°C à - 120°C. Au-dessus de - 120°C, son facteur de qualité diminue brusquement et le cristal cesse d'osciller. Si l'on réchauffe, l'oscillation ne se rétablit pas. Le cristal subit une transformation cristalline du premier ordre (53) accompagnée d'une chute brusque de la constante diélectrique (53,54). Les températures de cette transformation observées par Busch (155°K) et Guillien (149°C) sont en bon accord avec la nôtre (153°K).

Nous avons constaté que le cristal s'est à - 120°C transformé en petits morceaux blancs.

Dans nos expériences, c'était la partie inférieure qui reposait sur l'électrode de base qui a subi cette transformation. Après avoir détaché cette partie inférieure qui s'étendait jusqu'au milieu environ de l'épaisseur du cristal, et après avoir poli de nouveau la face inférieure, le cristal excité oscille aussi bien qu'auparavant.

sans avoir changé pratiquement sa fréquence.

Aux températures supérieures à 0°C , nous avons pu constater une oscillation bien évidente jusqu'à la température de 84°C . Au-dessus de cette température, on voit à peine une trace d'oscillation sur l'écran de l'oscillographe cathodique, en outre, au-dessus de 80°C , le Q diminue beaucoup. Mais différemment de ce qui se passe aux basses températures, les phénomènes sont réversibles: on retrouve une oscillation stable et avec un grand Q lorsqu'on diminue de nouveau la température. Il ne faut toutefois pas dépasser 100°C , parce que le cristal commencerait alors à dégager de l'ammoniac et à transformer sa structure. Le cristal de phosphate monoammonique, comme nous l'avons déjà mentionné, n'est presque pas influencé par l'humidité, ce qui rend possible son utilisation dans l'air à une température plus basse. Ceci n'étant pas le cas du sel de Seignette, il a remplacé ce dernier pour plusieurs utilisations pratiques, étant donné que, à part son Q , son facteur de couplage est du même ordre de grandeur que celui du sel de Seignette. Seule la constante piézoélectrique de ce dernier reste considérablement supérieure à celle de tous les autres cristaux.

Voici la courbe de variation de Q du phosphate monoammonique en fonction de la température (figure VII.8, page 119).

7) Etude du facteur de qualité Q d'autres cristaux piézoélectriques sous forme de grains.

Nous donnons au tableau No. 4 les résultats des mesures de Q sur des grains d'autres cristaux piézoélectriques dont à notre connaissance la valeur de Q n'a jamais été publiée. Les courbes servant à évaluer Q ont été photographiées après détection et amplification BF, car en haute fréquence les oscillations de ces cristaux étaient trop faibles pour donner une bonne image sur l'écran de l'oscillographe cathodique.

Nous avons excité les grains dans le condensateur piézoélectrique où régnait une pression d'environ 1 mm Hg. Certaines fois, nous avons mesuré Q aussi à la pression ordinaire. Toutes ces mesures ont été faites à la température d'environ 20°C .

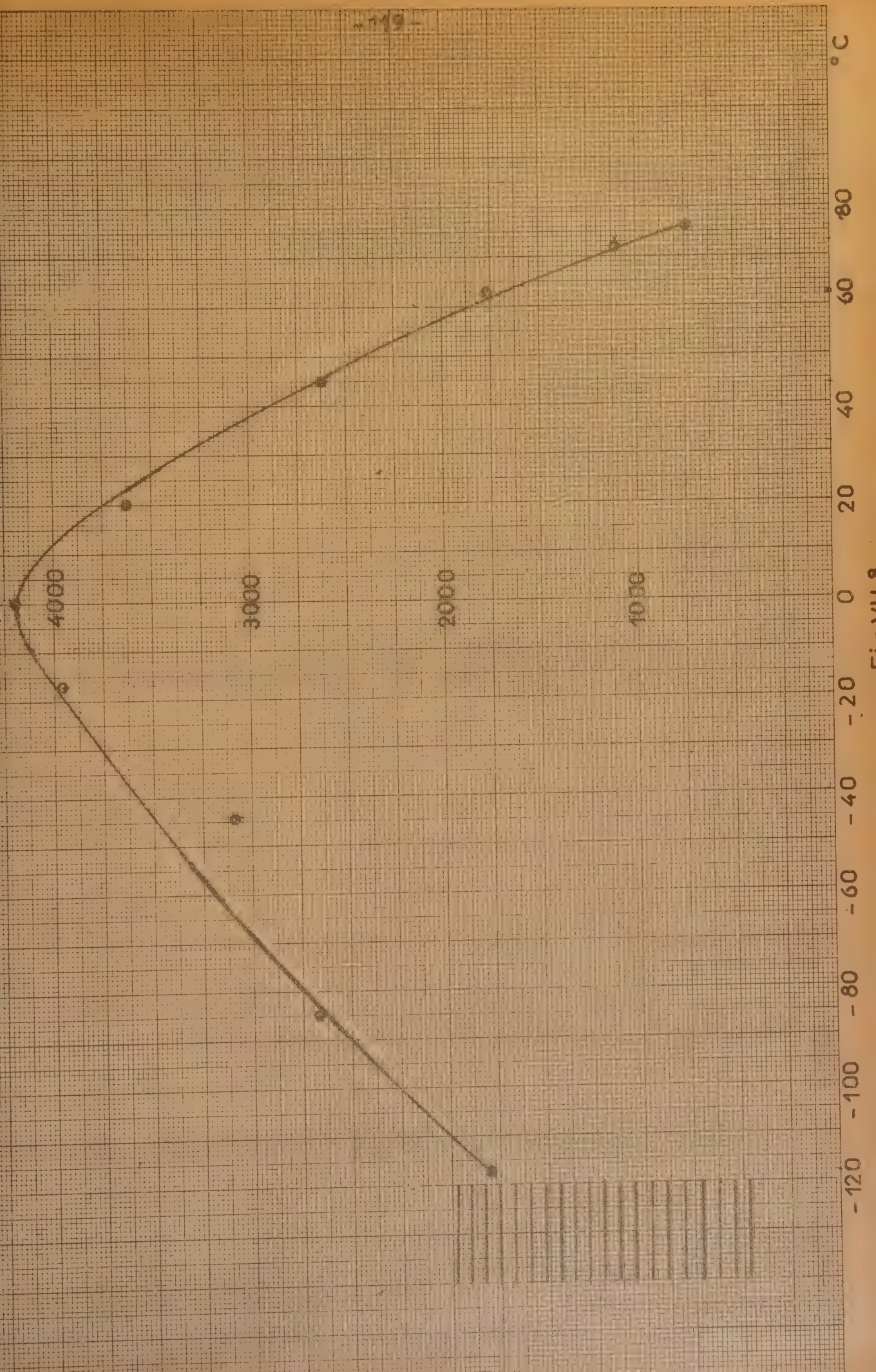


Tableau IV.

No.	Nom du cristal	Système de cristallisation	Provenance de l'échantillon	Pression	Fréquence	Q
I	Phosphate monopotassique (KDP)	tétragonal scalénohedral	Merck	1 mm Hg		
1	"	"	"	"	268 KHz	1800
2	"	"	"	"	275 KHz	2100
3	"	"	"	"	90 KHz	6000
4	"	"	"	"	100 KHz	4200
II	Sulfate de glucinium	tétragonal	Faculté des Sciences Nancy	1 mm Hg		
1	"		"	"	470 KHz	2400
2	"		"	"	460 KHz	1900
3	"		"	"	302 KHz	1400
III	Chlorate de sodium	cubique-classe tétrahedrale	Faculté des Sciences Nancy	1 mm Hg		
1	"	"	"	"	73 KHz	1300
2	"	"	"	"	231 KHz	6000
IV	Acide tartrique	monoclinique	Laboratoire de Chimie Sarrebruck	1 mm Hg		
1	"	"	"	"	109,5 KHz	3100
2	"	"	"	"	477 KHz	12700
3	"	"	"	"	579 KHz	8200
4	"	"	"	"	577 KHz	9800
5	"	"	"	"	307 KHz	2100

Tableau IV.

Suite

No.	Nom du cristal	Système de cristallisation	Provenance de l'échantillon	Pression	Fréquence	Q
V	Tartrate d'éthylène diamine (EDT)	monoclinique	Faculté des Sciences Nancy	1 mm Hg		
1	"	"	"	"	444 KHz	9200
2	"	"	"	"	488 "	7200
3	"	"	"	"	547 "	3300
4	"	"	"	"	475 "	3200
5	"	"	"	"	491 "	5400
6	"	"	"	"	491 "	5100
7	"	"	"	"	446 "	4800

Comme on voit sur ce tableau et sur les deux précédents il y a une grande dispersion des valeurs de Q d'un grain à un autre. La cause en est, à part le frottement de chaque grain sur son support, son frottement intérieur où il est probable que les défauts de réseau et les dislocations (58, 59) jouent un rôle prépondérant.

8) Discussion et conclusions.

Le but de ce travail était en plus de l'étude des propriétés piézoélectriques de trouver une nouvelle méthode pour déterminer le facteur de qualité Q des cristaux sous forme taillée ou sous forme de grains.

L'idée de base pour atteindre ce but était d'obtenir sur l'écran de l'oscillographe cathodique une image de l'oscillation amortie du cristal piézoélectrique.

Pour pouvoir appliquer notre idée, nous avons fait usage de deux phénomènes. D'abord nous avons utilisé le phénomène de résonance. Sans cela, les déplacements mécaniques produits par l'effet piézoélectrique inverse

et les tensions électriques qui en résultent par effet direct, sont tellement faibles qu'on ne peut pas obtenir leur image sur l'écran de l'oscillographe cathodique à cause du bruit de fond.

Ensuite ce n'est que grâce à la modulation de fréquence que nous avons pu isoler une seule image stable sur l'écran de l'oscillographe cathodique. En effet, sans cela on n'obtient qu'un enchevêtrement de courbes.

La modulation de fréquence par l'échelon unité permet d'établir plus facilement la théorie des phénomènes et simplifie aussi l'appareillage destiné à la production de la modulation de fréquence.

Nous avons réussi à mesurer Q même sur de très petits grains en utilisant les battements que l'on obtient entre l'oscillation excitatrice et l'oscillation du cristal piézoélectrique. Grâce à la détection par diode et grâce à l'amplification préalable, on arrive à avoir, pour ces petits grains, des courbes d'amortissement permettant des mesures presque aussi précises qu'avec un cristal bien taillé.

Notre méthode a les avantages d'être expéditive et de donner son résultat sous forme directement visible. Ceci permet de voir constamment si l'appareil fonctionne correctement et d'apprécier la qualité de l'oscillation.

Nous avons beaucoup apprécié la rapidité de cette méthode en étudiant la variation de Q avec la température. En ce qui concerne l'avantage de la visibilité directe, il n'est pas négligeable. D'une manière analogue au principe de F. Neumann, qui établit que les propriétés physiques d'un cristal se manifestent dans sa forme géométrique, on pourrait dire: les propriétés piézoélectriques d'un cristal se manifestent sur sa courbe d'oscillation sur l'écran de l'oscillographe cathodique. Il y a en effet des cristaux piézoélectriques qui vibrent bien, il y en a d'autres qui vibrent mal. Malheureusement il y a des cristaux piézoélectriques qui sont tellement amortis qu'il est impossible de les faire osciller.

Cette méthode pourrait donc être utilisée, en plus de la détermination de Q , pour étudier en général les propriétés des cristaux piézoélectriques, à l'aide de l'oscillographe cathodique. Car, quoi qu'on dise, depuis Faraday, la méthode expérimentale est restée, non seulement une satisfaction pour le physicien, mais surtout le moyen le plus sûr d'étudier les phénomènes de la nature.

Nous avons montré que notre méthode est évidemment utilisée aussi bien que celle de la crevasse par exemple, pour déterminer le Q d'un cristal bien taillé.

A notre avis la méthode pourrait aussi être employée avec succès dans l'industrie, soit pour estimer rapidement à partir de quelques grains le Q d'un cristal piézoélectrique, soit pour comparer à un échantillon les cristaux fabriqués en série. La manipulation étant très simple et le résultat étant visuel, n'importe qui pourrait effectuer la mesure.

Remarquons ensuite que notre méthode donne non seulement Q mais aussi l'amplitude d'oscillation, donc renseigne sur la facilité d'emploi du cristal, l'amplitude observée étant proportionnelle au module piézoélectrique.

Enfin, la méthode se prête bien, comme nous avons pu le constater, à l'étude de la variation du Q avec la température.

Il faut prendre avec cette méthode, comme avec d'autres, certaines précautions. Par exemple, étant donné que la fréquence entre dans le calcul de Q , on doit décider d'après les valeurs obtenues pour la fréquence d'oscillation, si l'on n'a pas excité uniquement un harmonique. Ceci se voit également d'après l'intensité de l'oscillation..

L'étude du Q des cristaux piézoélectriques n'est pas encore très poussée. Il reste en effet à étudier avec précision sur Q l'influence des électrodes, du support ou de la suspension etc. L'amortissement de l'air joue aussi un grand rôle. Dans la résolution de ce problème difficile, nous jugeons que notre méthode pourrait aussi être utile.

Jusqu'ici, les travaux concernant la variation de Q avec la température sont malheureusement très rares. Nous avons commencé à étudier cette variation surtout à basse température. Les mesures sont longues et difficiles à effectuer, demandant beaucoup de temps et de la patience. En effet, il faut attendre jusqu'à ce qu'un équilibre s'établisse entre la chaleur perdue et celle due au chauffage électrique. De plus, il faut que la température une fois établie reste stable pendant un certain temps pour être sûr que le cristal piézoélectrique ait bien pris cette température, ceci surtout quand le cristal piézoélectrique se trouve dans une enceinte vidée. Il est en effet toujours indiqué de maintenir le vide dans l'enceinte où se trouve le cristal. On évite ainsi l'amortissement considérable produit par l'air et l'on empêche la condensation de la vapeur d'eau à sa surface et la formation de cristaux de glace à basse température.

En général, l'effet de la conductibilité thermique est faible étant donné que les cristaux sont mauvais conducteurs de la chaleur.

La variation thermique de Q chez les trois substances étudiées, et plus spécialement chez le Sel de Seignette, montre que cette propriété

physique est sensible à tous les changements intervenant dans la structure du cristal et même à des transformations du second ordre (Seignette). Il nous paraît certain qu'une étude systématique de Q sur des cristaux très bien taillés donnerait des résultats intéressants sur les défauts de réseau (58, 59).

Mentionnons enfin que la mesure de Q , et surtout l'étude de sa variation en fonction de la température permet de mesurer électriquement le frottement intérieur, grandeur presque au début de son étude (35) sauf pour les verres (60) et les métaux où il existe quelques données et la théorie de Zener (61) déjà combattue (62).

Les mesures de Q en fonction de la température sont délicates lorsqu'on s'écarte de la température ordinaire. Cependant, nous pensons qu'en prenant toutes les précautions nécessaires des études de ce genre pourraient contribuer à la résolution d'un certain nombre de problèmes concernant le domaine difficile mais passionnant de l'état solide.

Références bibliographiques.

- 1) CURIE P. et J.: C.R.Acad. Sci. Paris 91 (1880) 294/295
- 2) SPITZER F.: Archiv der el. Übertragung tome 5.p.544.1951
- 3) MASON W.P.: Electromechanical transducers and wave filters. Mc Graw-Hill, 1948. Second edition. p.9.
- 4) LANGEVIN P.: Rev.Gén. Electr. 23. 626. 1928.
- 5) MASON W.P.: Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics. Van Nostrand Comp. New-York 1950 p.56 et p.258.p.472.
- 6) CADDY W.G.: Proc. I.R.E. vol. 10.pp. 83-114.1922.
- 7) GIEBE E. et SCHEIBE A.: Z. Phys. vol. 33.pp. 760-766. 1925.
- 8) A. von HIPPEL: Dielectrics and Waves p.26. Wiley New York 1954
- 9) VAN DYKE, K.S.: Proc. I.R.E. vol. 16.pp. 742-765. June 1928.
- 10) VIGOUREUX J.E.P.: Phil. Mag. vol.6.pp. 1140-1153. 1928.
- 11) FAIR I.E. Piezoelectric crystals in oscillator circuits. Chapitre XII (pp.356-412) dans le livre:"Quartz crystals for electrical circuits". Edité par Heising. R. A. Van Nostrand comp. New York 1946.
- 12) BRITTON CHANCE: Waveforms. MIT Radiation Laboratory series. Mc Graw-Hill Comp. 1949 pp. 141-142.
- 13) PERDOK W.G. VAN SUCHTELEN: Rev.techn.Philips.Pays Bas 1949.11.No.5.p.151-155.
- 14) PEPINSKY R., BAEKLUND J., DIAMANT H. and PERDOK W.G.: Rev. of scient. instr.Nov.1954 pp. 1076-1079.
- 15) MAYER H: Annales Univ. Saraviensis II 1953 pp. 106-111.
- 16) MILLER J.M.: Sci. Papers of the Bureau of Standards 1919, 15, p.367.
- 17) BRIGGS B.H.: Electronic Engineering,Sept.1948 p.279.
- 18) GUNNAR HOK.: Jour.of appl.Phys. vol. 19 pp. 242-251. 1948.
- 19) MAYER H.: Jour, de Phys. et Radium. t.15 Janv. 1954. pp. 8A - 11A.
- 20) ELLER K.B.: Proc.I.R.E. Déc. 1928. p. 1706.
- 21) CHAIKIN S.: Z. f. Hochfrequenztechn. 35, 6, 1930.
- 22) GOCKEL H. Phys. Zeitschr. vol. 37, 1936.pp. 657-659.
- 23) STRAUBEL H. Phys. Zeitschr. vol. 32. pp. 586-587. 1931.
- 24) LÉTIENNE R.: C.R. 227 (1948) p.506.
- 25) MAYER H.: An. Univ. Sar. II. 1953. pp. 334-347.
- 26) CADDY W.G.:Proc. I.R.E. vol. 10 pp.83-114.1922
- 27) FROMY E.: Mesures en Radiotechnique. Ed. Dunod.Paris 1948.pp.380-384.
- 28) SCHELKUNOFF S.A.: Electromagnetic waves. Van Nostrand comp. 1943.p.43.

- 29) GUMOWSKI I.: Proc.I.R.E. 1954 vol. 42. No.5 pp.819-822.
- 30) MC COY R.E.: Proc. I.R.E. 1954 vol. 42 No. 3 pp. 574-579.
- 31) TERMAN F.E.: Radio Eng. Handbook. Van Nostrand comp. New York 1940.p.971.
- 32) CUCCIA G.L.: Harmonics, Sidebands and transients in communication Engineering p. 161. Mc. Graw Hill New York 1952.
- 33) TOLSTOI N.A. et FEOFILOW P.P.: Abhandlungen der sowj.Phys.Folge III 1953. pp. 43 et suiv. Ed. Kultur u. Fortschritt Berlin.
- 34) GUILLIEN R. et MAYER H.: C.R. t.240, pp. 639-641.1955
- 35) ALERS G.A.: Jour.of Appl.Phys. vol. 24 no.3 March 1953, pp.324-331.
- 36) COOK K. et BRECKENRIDGE R.G.: Phys.Rev. vol. 92.
- 37) CADY W.G.: piezoelectricity. Mc Graw Hill 1946.p.392.
- 38) The Radio Amateur's Handbook . U.S.A. 1951. p. 146.
- 39) VIGOUREUX P. et BOOTH C.F.: Quartz vibrations and their applications. London: His Majesty's stationary office 1950 pp. 322-325.
- 40) DYE D.W.:Proc. Phys. Soc. London, 38 , 399.1926.
- 41) DYKE K.S.van: Proc. I.R.E. vol. 23 pp.386-392. 1935.
- 42) DYKE K.S.van: Proc. I.R.E. vol 18 pp. 1989.1930.
- 43) DYKE K.S. van et HAGEN J.P.: Phys.Rev. 2, 46 (1934) p.939.
- 44) BOSSHARD W. et BUSCH G.: Helv. Phys. Acta. t.X. (1937) pp. 329-330.
- 45) BROWN H.A.: Proc. I.R.E. vol. 29 pp. 195-199. 1941.
- 46) BERGMANN L.: Ultraschall. 6ème édition, Hirzel- Verlag, Stuttgart 1954. p. 113. (équation 100)
- 47) loc.cit. page 117 (équation 105a)
- 48) loc.cit. page 17 tableau 1.
- 49) loc.cit. page 118 tableau 8.
- 50) BAUMGARDT E.: C. R. Acad. Sci. Paris 204 (1937) p.751.
- 51) WAGNER K.W. Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen. Dietrichs Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden 1947 p. 258.
- 52) loc.cit. p. 262.
- 53) GUILLIEN R.: Annales de physique 17, 1942 p. 334.
- 54) BUSCH G. Helv. Phys. Acta. 11, 1938, p. 269.
- 55) PALMANS Ed.: Piézo-électricité. Ed. Eyrolles, Paris. pp.123-125
- 56) BUSCH G.: Helv. Phys. Acta 1933, 6, 315.
- 57) STANFORD N.C.: Proc. I.R.E. vol 25 (1937) pp. 465-71.
- 58) BRECKENRIDGE R.G.: J. Chem. Phys. 1948. 16, p. 1959.
BRECKENRIDGE R.G.: J. Chem. Phys. 1950. 18, p. 913.
- 59) FREYMANN Mme et FREYMANN R.: C.R. Acad.Sci. 1952. 235, 1125.
FREYMANN Mme et FREYMANN R.: C.R. Acad. Sci. 1953.236, 1256.

- 60) MARX J.W. et SIVERTSEN J.W. : Jour. appl.Phys. vol. 24. no.1.1953
pp. 81 - 87.
- 61) ZENER C.: Elasticité et Anélasticité des Métaux. Paris. Dunod 1955.
- 62) SIOL M.: Thèse, Sarrebruck, 1955 p. 62.
- 63) MASON, W.P.: Phys. Review, 50, 1940, p. 744
- 64) MASON, W.P.: référence 5, p. 117.
- 65) MASON, W.P.: référence 5, p. 472, fig. A 4
- 66) MASON, W.P.: référence 5, p. 467, fig. A 2

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LES LIGNES DE RETARD POUR ONDES CENTIMÉTRIQUES .

Vu et approuvé:

Nancy, le 28 avril 1955

Le Doyen de la Faculté des Sciences

E.URION

Vu et permis d'imprimer:

Nancy, le 29 Avril 1955

Le Recteur de l'Académie

de Nancy

G. MAYER

